

Sandra Groß

Antischallsysteme auf der Basis des  
AD/DA-Wandlers Fireface 800

eingereicht als

DIPLOMARBEIT

an der

HOCHSCHULE MITTWEIDA

---

UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Mathematik/Physik/Informatik

Mittweida, 2009

Erstprüfer: Prof. Jörn Hübelt

Zweitprüfer: Prof. Michael Hösel

verteidigt am: 04.12.2009

### Bibliographische Beschreibung:

Groß, Sandra:

Antischallsystem auf der Basis des AD/DA-Wandlers Fireface 800. - 2009. - 69 S., Mittweida, Hochschule Mittweida, Fachbereich Mathematik/Physik/Informatik, Diplomarbeit, 2009

### Referat:

Ziel der Diplomarbeit ist es zum einen die Schallausbreitung im akustischen Wellenleiter (Kundtsches Rohr) unterhalb der ersten Quermode mit der Software MATLAB zu modellieren. Zum anderen werden Algorithmen zur Umsetzung eines einkanaligen, feedforward Antischallsystems vorgestellt und bewertet. Weiterhin ist die messtechnische Ermittlung der Schalldruckpegelminderung im Kundtschen Rohr, in Abhängigkeit vom Phasen- und Amplitudenfehler, Gegenstand dieser Arbeit. Abschließend wird auf die Verwendbarkeit des AD/DA-Wandlers Fireface 800 in einem Antischallsystem eingegangen.

## **Danksagung**

Ich danke der Firma IMM prounique GmbH für das leihweise zur Verfügung gestellte Fireface 800. Besonders möchte ich mich bei Frau Schulze für Ihre Offenheit und die fröhliche motivierende Art im gegenseitigen Miteinander bedanken. Ein herzliches Dankeschön geht auch an Herrn Fritzsche von IMM Elektronik GmbH, der jederzeit ein offenes Ohr für Fragen bezüglich des Fireface 800 hatte und mit Rat und Tat zur Seite stand.

Ein besonderer Dank geht an Herr Prof. Hübelt, Betreuer seitens der Hochschule, der sich immer Zeit genommen hat, wenn Fragen auftraten und diese Arbeit fachlich begleitet hat. Ebenfalls danke ich Herrn Schubert, Projektmitarbeiter des Projektes „aktive Lärmschutzwand (ALSW)“, für die gemeinsamen Beratungen und die Tipps in der Umsetzung und Gestaltung dieser Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie und meinem Ehemann für die fachliche Beratung und Einschätzung der Arbeit, wie auch die persönliche und psychische Begleitung in dieser Zeit, danken.

Mein größter Dank geht jedoch an GOTT, meinen Herrn, der mich in und durch die Zeit getragen hat. Alles zur Ehre meines HERRN!



## **Inhaltsverzeichnis**

1 Einleitung.....	1
2 Aufgabenstellung.....	2
3 Anwendungsorientierte Grundlagen.....	3
3.1 Interferenz als Voraussetzung der aktiven Lärmbekämpfung.....	3
3.2 Beschreibung des Versuchsstandes.....	5
3.3 Schallausbreitung im Rohr.....	7
3.4 Akustische Schallstrahlungsimpedanz des Kugelstrahlers.....	10
3.5 Messtechnische Ermittlung der Pegelminderung.....	12
3.5.1 Abhängigkeit der Pegelminderung vom absoluten Phasenfehler.....	13
3.5.2 Abhängigkeit vom relativen Amplitudenfehler.....	15
3.6 Abtastung analoger Signale.....	16
3.6.1 Prinzip der Abtastung.....	16
3.6.2 Abtastfrequenz.....	17
3.6.3 Fensterlänge.....	19
3.6.4 Signal-Rauschabstand.....	20
3.6.5 Dynamikumfang.....	20
3.6.6 Latenzzeit.....	21
3.7 Begriffe zur Beschreibung analoger Signale.....	21
3.7.1 Mittelwert.....	21
3.7.2 Effektivwert.....	21
3.7.3 Autoleistungsdichtespektrum.....	21
3.7.4 Klirrfaktor.....	22
3.7.5 Kohärenz.....	23
3.8 Operatoren der Signalanalyse.....	23
3.8.1 Fouriertransformation.....	24
3.8.2 Faltung von Signalen.....	27
3.8.3 Korrelation.....	28
3.8.3.1 Autokorrelation.....	28
3.8.3.2 Kreuzkorrelation.....	29
3.9 Digitale Filter.....	30
3.9.1 Systemfunktionen.....	32
3.9.1.1 Differenzengleichung.....	32

---

3.9.1.2 Übertragungsfunktion und Frequenzgang.....	32
3.9.1.3 Impulsantwort.....	33
3.9.1.4 Messtechnische Bestimmung.....	33
3.9.2 FIR-Filter.....	34
3.9.3 IIR-Filter.....	35
3.9.4 Adaptive Filter.....	36
4 Aktive Lärmbekämpfung.....	38
4.1 Anwendungsbeispiele.....	38
4.2 Überblick einkanaliger Systeme.....	41
4.2.1 Feedforward Systeme.....	41
4.2.2 Feedback Systeme.....	42
4.3 LMS Algorithmus.....	43
4.3.1 Mathematische Beschreibung.....	43
4.3.2 Simulation eines LMS Algorithmus.....	44
4.3.3 Konvergenzparameter.....	46
4.3.4 Fehlanpassung.....	49
4.4 Variationen des LMS Algorithmus.....	50
4.4.1 Normierter LMS Algorithmus.....	50
4.4.2 Korrelierter LMS Algorithmus.....	51
4.4.3 Signed LMS Algorithmus.....	52
4.5 Filtered-X LMS Algorithmus.....	53
4.6 Delayed LMS Algorithmus.....	57
4.7 Akustisches Feedback.....	57
4.8 Filtered E-LMS Algorithmus.....	58
4.9 RLS-Algorithmus.....	59
4.10 Vergleich der Algorithmen.....	62
5 Fireface 800 für den Einsatz in Antischallsystemen.....	66
6 Zusammenfassung und Ausblick.....	68

**Formelverzeichnis**

Formelzeichen	Maßeinheit	Bedeutung
$A(f)$	-	Amplitudengang
$BR$	bit/s oder bps	Bitrate
$c_0$	m/s	Schallgeschwindigkeit, 343 m/s bei 20°C
$C_{xy}^2(\omega)$	-	Kohärenzfunktion
$d$	m	Kanaldurchmesser
$d(n)$	-	gewünschtes Signal
$D$	dB	Dynamikumfang
$e(n)$	-	Fehler-, Errorsignal
$f$	Hz	Frequenz
$f_{gr}/f_g$	Hz	Grenzfrequenz
$f_m$	Hz	Mittenfrequenz
$f_{max}$	Hz	maximal interessierende Frequenz
$f_0$	Hz	kleinste auflösbare Frequenz
$f_s$	Hz	Abtastfrequenz
$g(t)$	-	Impulsantwort
$G(f)$	-	Frequenzgang
$G(z)$	-	Übertragungsfunktion
$j$	-	imaginäre Einheit
$k$	1/m	Wellenzahl
$k$	%	Klirrfaktor
$k(n)$	-	Kalman-Verstärkung
$l$	m	Ort im Rohr
$l$	bit	Binärwortbreite
$\Delta L$	dB	Pegelminderung
$L_l(f)$	dB	Störpegel

Formelzeichen	Maßeinheit	Bedeutung
$L_{\text{Interferenz}}(f)$	dB	Pegel der Interferenzüberlagerung
$M$	-	Fehlanpassung
$n$	-	Anzahl der Abtastwerte, Sample
$N$	-	Transformationslänge
$N$	-	Filterlänge
$p$	Pa	Schalldruck
$P$	W	Signalleistung
$P_{\text{max/min}}$	W	maximal/minimal zu verarbeitende Signalleistung
$q$	m <sup>3</sup> /s	Schallfluss
$\underline{r}$	-	Reflexionsfaktor
$R$	m	Radius der Kanalöffnung
$R_{xy}$	-	Kreuzkorrelation der Signale $x$ und $y$
$R_{xx}$	-	Autokorrelation des Signals $x$
$s(n)$	-	Impulsantwort der Sekundärstrecke
$S$	m <sup>2</sup>	Kanalquerschnittsfläche
$S_{xx}$	dB/Hz	Autoleistungsdichtespektrum des Signals $x$
$SNR$	dB	Signal Rauschabstand
$t$	s	Zeit
$T$	s	Periodendauer
$T_P$	s	Prozessbearbeitungszeit
$T_S$	s	Abtastzeit
$U_{\text{max/min}}$	V	maximal/minimal zu verarbeitende Signalspannung
$w(n)$	-	Filterkoeffizienten
$w(0)$	-	Initialfilterkoeffizienten
$w^0$	-	optimale Filterkoeffizienten
$x$	-	Eingangssignal, Referenzsignal
$Z_a$	Ns/m <sup>5</sup>	Akustische Wellenimpedanz



Formelzeichen	Maßeinheit	Bedeutung
$\underline{Z}_{a,s}$	Ns/m <sup>5</sup>	akustische Strahlungsimpedanz
$\alpha$	%	relativer Amplitudenfehler
$\alpha$	-	normierte Schrittweite
$\alpha_D$	-	Dämpfungskonstante
$\beta$	-	Phasenkonstante
$\gamma$	1/m	Übertragungskonstante
$\gamma$	-	Wichtungsfaktor für Kontrollaufwand
$\delta$	rad oder °	absoluter Phasenfehler
$\lambda$	m	Wellenlänge
$\lambda$	-	Vergessens-/Abklingfaktor
$\lambda_{max/min}$	-	größter/kleinsten Eigenwert der Autokorrelationsmatrix $R_{xx}$
$\mu$	-	Konvergenzparameter
$\nu$	-	Leakagefaktor
$\xi$	-	Kostenfunktion
$\rho_0$	kg/m <sup>3</sup>	mittlere Dichte, Dichte der Luft
$\rho_x^2/\rho_e^2$	W	mittlere Leistung des Nutzsignals/Störsignals
$\tau$	s	Zeitkonstante, Konvergenzzeit
$\tau_{g\ max/min}$	s	obere/untere Grenze der Konvergenzzeit
$\tau_{gr}$	s	Gruppenlaufzeit
$\Phi(f)$	-	Phasengang
$\omega$	Hz	Kreisfrequenz

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Konstruktive und destruktive Interferenz am Beispiel einer Sinusfunktion.....	3
Abbildung 2: Abhängigkeit der Pegelminderung vom Phasenfehler und vom relativen Amplitudenfehler.....	4
Abbildung 3: MATLAB-Plot der Pegeldifferenz bei der Addition zweier gleicher Sinus funktionen in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung.....	5
Abbildung 4: Versuchsstand.....	5
Abbildung 5: Schematischer Versuchsaufbau des Kundtschen Rohres mit dessen Bemaßungen....	6
Abbildung 6: Schallleitung im Rohr.....	7
Abbildung 7: Vergleich der Wirkung der verschiedenen Abschlüsse auf den Schalldruck p.....	10
Abbildung 8: a) Schematische Darstellung der "atmenden" Kugel, b) Realteil $R_S$ (___) und Imaginärteil $X_S$ (---) der akustischen Schallstrahlungsimpedanz, [Kuttruff-04].....	11
Abbildung 9: Reflexionsfaktor des Kanals mit Kugelstrahlers 0. Ordnung als Abschluss.....	12
Abbildung 10: Abhängigkeit der Pegeldifferenz vom absoluten Phasenfehler; Messung vom 23.06.2009.....	14
Abbildung 11: Abhängigkeit der Pegelminderung zum relativen Amplitudenfehler; Messung vom 23.06.09.....	15
Abbildung 12: Prinzip der Analog-Digital-Umsetzung [Thomanek/adu-09].....	17
Abbildung 13: Spektrum eines unterabgetasteten Signals, [von Grunigen-08].....	18
Abbildung 14: Aliasing im Zeitbereich: $x(t)$ : Originalsignal, $x_s(t)$ : abgetastetes Signal, $y(t)$ : nachgebildetes Signal, [von Grünigen-08].....	18
Abbildung 15: Settingsdialog des Fireface 800.....	19
Abbildung 16: links: 4 ganze Perioden einer Kosinusfunktion (oben) und dessen Spektrum (unten); . rechts: 4,5 Perioden einer Kosinusfunktion (oben) und dessen Spektrum mit Leck.- Effekt (unten), [Werner/SuS-08].....	26
Abbildung 17: Auswirkung einer fehlerhaften Fensterung im Zeitbereich, [Kammeyer-98].....	26
Abbildung 18: graphische Darstellung des Faltungsprozesses [von Grünigen-08].....	27
Abbildung 19: Direkte und indirekte Methode zur Durchführung der Faltung.....	28
Abbildung 20: Identifikation des Übertragungsweges mittels der KKF [Norton-89].....	30
Abbildung 21: Filterarten im Frequenzbereich [Weinzierl-08].....	31
Abbildung 22: unbekanntes System mit dessen Ein- und Ausgangssignal.....	33
Abbildung 23: MATLAB-Plot der Autokorrelation von diskretem weißen Rauschen.....	34
Abbildung 24: Blockschaltbild eines FIR Filters [Weinzierl-08].....	34

Abbildung 25: Blockschaltbild eine IIR-Filters [Weinzierl-08].....	35
Abbildung 26: Blockdiagramm eines adaptiven Filters, [Kuo-96].....	36
Abbildung 27: Einkanaliges feedforward Antischallsystem in einem Kundtschen Rohr.....	41
Abbildung 28: Einkanaliges feedback System in einem Kundtschen Rohr.....	42
Abbildung 29: Praktische Umsetzung eines LMS Algorithmus.....	44
Abbildung 30: Blockdiagramm eines LMS Algorithmus.....	45
Abbildung 31: Ergebnis der Simulation eines adaptiven LMS Algorithmus mit MATLAB anhand einer harmonischen Funktion.....	46
Abbildung 32: Adaptiver LMS Algorithmus mit $\mu = 0,008$ eines transienten Signals.....	46
Abbildung 33: Vergleich der Fehlersignale für verschiedene Konvergenzparameter unter der Verwendung eines LMS Algorithmus für ein harmonisches Signal.....	49
Abbildung 34: Vergleich der Signed Algorithmen mit $\mu = 0,004/0,04$ bei $f = 500$ Hz.....	53
Abbildung 35: Blockdiagramm eines Antischall-Systems mit FXLMS-Algorithmus [Kuo/Morgan-96].....	54
Abbildung 36: Blockdiagramm eines Antischall-Systems mit akustischen Feedback, nach [Kuo/Morgan-96].....	58
Abbildung 37: Blockdiagramm des filtered-E LMS Algorithmus [Kuo/Morgan-96].....	59
Abbildung 38: Blockdiagramm eines RLS Algorithmus, nach [Kuo/Morgan-96].....	61
Abbildung 39: Vergleich der Algorithmen für $\mu = 0,02/0,04$ und $\lambda = 0,99/0,97$ bei $f = 500$ Hz.....	63

## **Tabellenverzeichnis**

Tabelle 1: Reflexionsfaktor, Abschlussimpedanz und Schalldruck bei verschiedenen Abschlüssen...	9
Tabelle 2: Abhängigkeit des Phasenfehlers und dessen Pegelminderung.....	14
Tabelle 3: Erreichte Pegelminderung nach 5 ms und 9 ms für die Algorithmen.....	63
Tabelle 4: Vergleich der beschriebenen Algorithmen.....	64



# 1 Einleitung

Unter dem Begriff der aktiven Lärmbekämpfung (engl.: Active Noise Control (ANC)) wird die aktive Beeinflussung eines Schallfeldes verstanden. Gleichbedeutend dazu ist der Begriff Antischall. In der heutigen Zeit wird die Antischall-Methode vorwiegend als Ergänzung zu passiven Absorbern genutzt. Diese können tiefe Frequenzen mit ihren langen Wellenlängen kaum absorbieren oder müssten dafür sehr groß dimensioniert werden, was hohe Kosten verursacht. Bei aktiver Lärmbekämpfung dagegen kann im tieffrequenten Bereich ( $f < 500$  Hz) eine sehr gute Schallkompensation erzielt werden, da sich tiefe Frequenzen zeitlich nicht so schnell verändern wie die höherfrequenten Anteile eines Geräusches.

Die Schalldruckpegelminderung erfolgt, indem eine Sekundärschallquelle ein zweites Schallfeld einspeist. Dessen Beschaffenheit erlaubt die zumindest teilweise Kompensation des anderen störenden Schallfeldes. Das Prinzip beruht auf der destruktiven Interferenz. Die Grundidee ist schon seit 1933 von Paul Lueg patentiert. Seit dem sind Wissenschaftler bestrebt das Einsatzfeld zu erweitern und die zur Umsetzung nötigen Algorithmen zu optimieren. Schon 2006 existierten ca. 8000 Veröffentlichungen zu diesem Thema [Schirmer-06] S.426. In den letzten Jahren ist das Interesse an dieser Thematik weiter gestiegen. Grund hierfür sind die erhöhten Anforderungen an den technischen Lärmschutz und das schnelle Voranschreiten der technischen Entwicklung der Hardware. So werden enorme Verbesserungen im Bereich der Lärmkontrolle erwartet, wie zum Beispiel die potentielle Einsparungen in Größe, Gewichte, Volumen und als Folge daraus auch der Kosten für Lärmschutzobjekte.

## **2 Aufgabenstellung**

In dieser Diplomarbeit soll die grundlegende Funktionsweise von Antischallsystemen anhand der eindimensionalen Schallausbreitung in Rohren und der Algorithmen zur Umsetzung untersucht werden. Dazu wurden im Einzelnen folgende Arbeitsschritte durchgeführt:

1. Erstellung eines mathematisches Modells in MATLAB, welches die Schallausbreitung im akustischen Wellenleiter, dem Kundtschen Rohr, unterhalb der ersten Quermode beschreibt.
2. Die messtechnische Ermittlung der Schalldruckpegelminderung im Kundtschen Rohr durch Addition eines Sekundärschallfeldes in Abhängigkeit von dem absoluten Phasenfehler und des relativen Amplitudenfehlers.
3. Zusammenstellung und Bewertung der für die Anwendung im Versuchsstand möglichen Antischallalgorithmen.
4. Beurteilung, ob der AD/DA-Wandler Fireface 800 für die Anwendung in einem Antischallsystem geeignet ist.

### 3 Anwendungsorientierte Grundlagen

#### 3.1 Interferenz als Voraussetzung der aktiven Lärmbekämpfung

Die Interferenz beschreibt die Überlagerung zweier Wellen nach dem Superpositionsprinzip. Dabei werden die Amplituden (Auslenkung zum Zeitpunkt  $t$  des Schalldrucks) und nicht die Intensitäten (Energie pro Zeit) miteinander addiert. Von destruktiver Interferenz ist die Rede, wenn ein Wellenberg auf ein Wellental trifft und eine neue „scheinbar“ schwächere Schallwelle im Interferenzmuster entsteht. Die Schalleistung jeder einzelnen Schalldruckwelle ist dabei aber noch vorhanden. Sie kompensieren sich im Mittel. Trifft ein Wellenberg auf einen anderen Wellenberg oder ein Wellental auf ein Wellental, so verstärken sich diese im Interferenzmuster. Das wird als konstruktive Interferenz bezeichnet (siehe Abbildung 1).

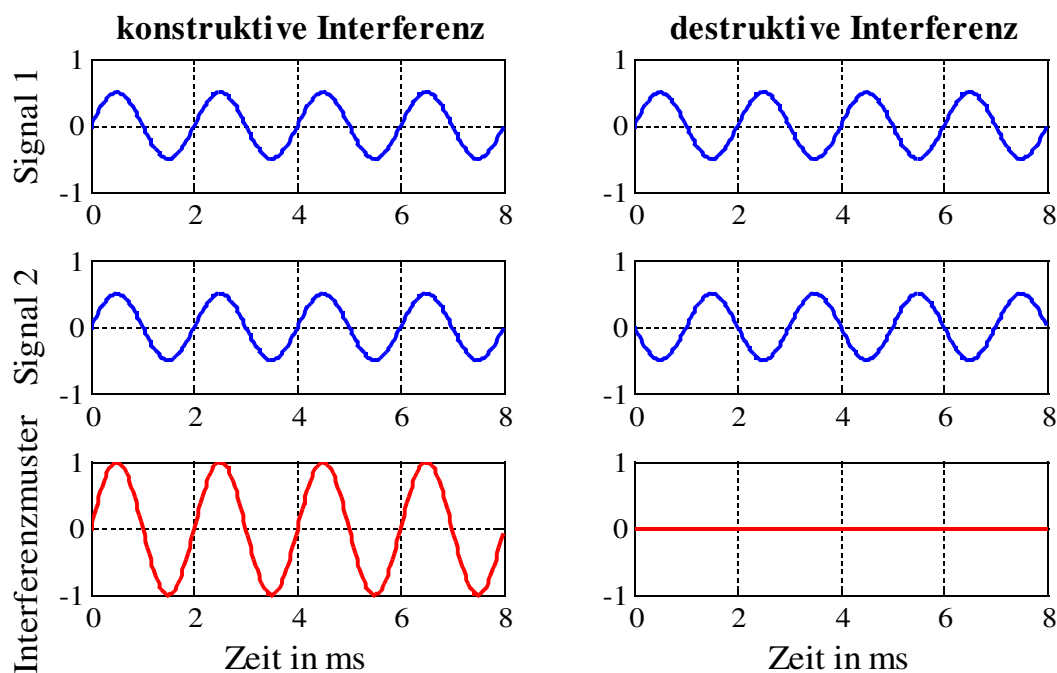


Abbildung 1: Konstruktive und destruktive Interferenz am Beispiel einer Sinusfunktion

Das grundsätzliche Prinzip der aktiven Lärmbekämpfung, auch Antischall genannt, beruht auf der destruktiven Interferenz. Um eine Minimierung des Schalldruckpegels zu erreichen, wird dem sogenannten Störsignal (Primärsignal) ein zweites Signal (Sekundärsignal, Antischallsignal) mit gleicher Amplitude und Frequenz, aber mit  $180^\circ$  verschobener Phase, überlagert. Das Ergebnis hängt dabei maßgeblich von der Genauigkeit der Amplituden- und Phasennachbildung ab. Dies verdeutlicht der Zusammenhang für die Pegelminderung  $\Delta L$  gegenüber einer alleinigen Schwingung (siehe Gl. (1) aus [Müller/Möser-04]).

$$\Delta L = -10 \lg \left[ \alpha^2 + 4(1 + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] \quad \text{dB} \quad (1)$$

Die Pegelminderung steht demzufolge in einem proportionalen Zusammenhang mit dem relativen Amplitudenfehler  $\alpha$  und dem absoluten Phasenfehler  $\delta$ . Die Abbildung 2 stellt graphisch diesen Zusammenhang dar. Es ist deutlich erkennbar, dass mit steigendem Fehler, ob in der Phase oder in der Amplitude, die maximal erreichbare Pegelminderung sinkt. Um eine Pegelminderung von ca. - 20 dB zu erzielen, sollte die Fehlergrenze (eingezeichnete Kurve im Diagramm) nicht überschritten werden. Eine genauere Darstellung der Fehlergrenze zum Erreichen einer Pegelminderung von - 20 dB ist im Anhang aus Anlage 1 ersichtlich.

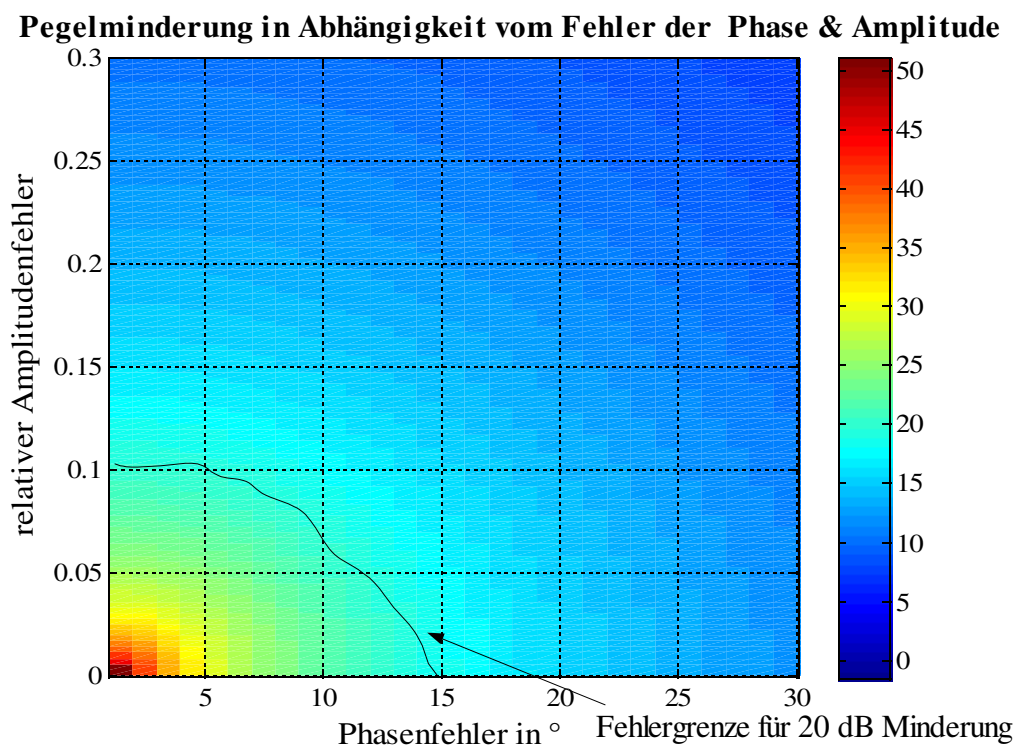


Abbildung 2: Abhängigkeit der Pegelminderung vom Phasenfehler und vom relativen Amplitudenfehler

In Abbildung 3 ist die zu erwartende theoretische Pegeldifferenz beim aufeinander treffen von zwei identischen Sinusfunktionen in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung aufgetragen. Die maximale Pegelminderung wird bei einer Phasenverschiebung von  $\pi$  ( $180^\circ$ ) erreicht und beträgt im Idealfall 100% (Pegelminderung =  $-\infty$  dB). Bei der numerischen Berechnung gibt es immer Ungenauigkeiten und Rundungsfehler. So erzeugt MATLAB einen Plot mit einer Pegelminderung von maximal - 118 dB. Man erkennt an diesem Plot auch, dass bei einer Phasenverschiebung von  $\pm 60^\circ$  eine Pegelverstärkung um bis zu - 6 dB auftritt. Erst ab einer Verschiebung von  $90^\circ$  wird der Pegel vermindert.



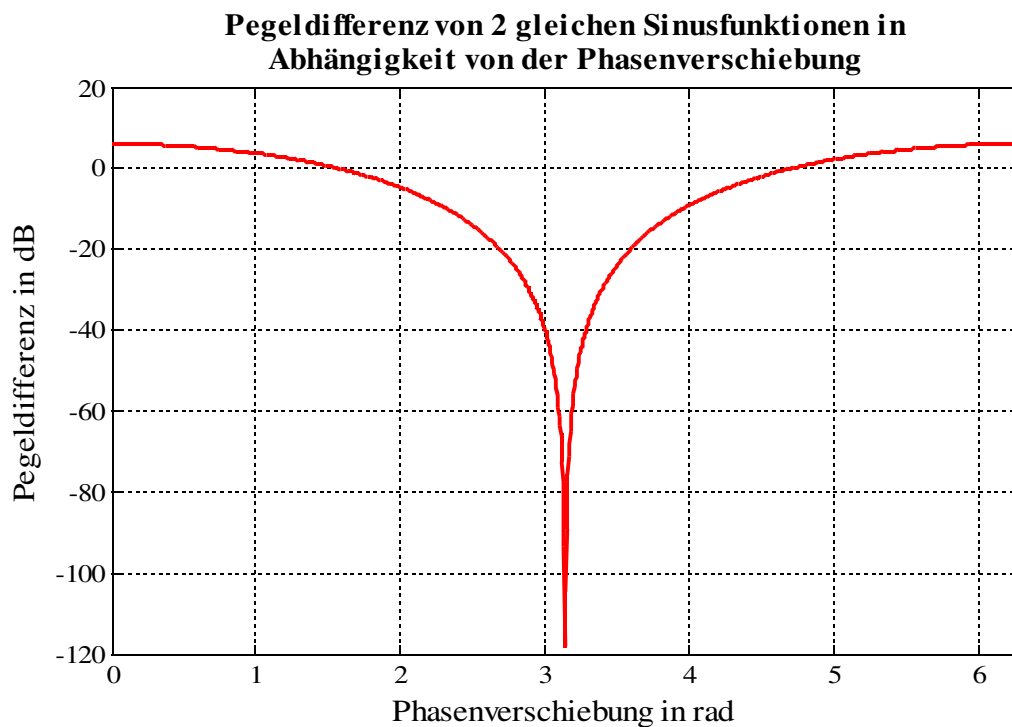


Abbildung 3: MATLAB-Plot der Pegeldifferenz bei der Addition zweier gleicher Sinusfunktionen in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung

## 3.2 Beschreibung des Versuchsstandes

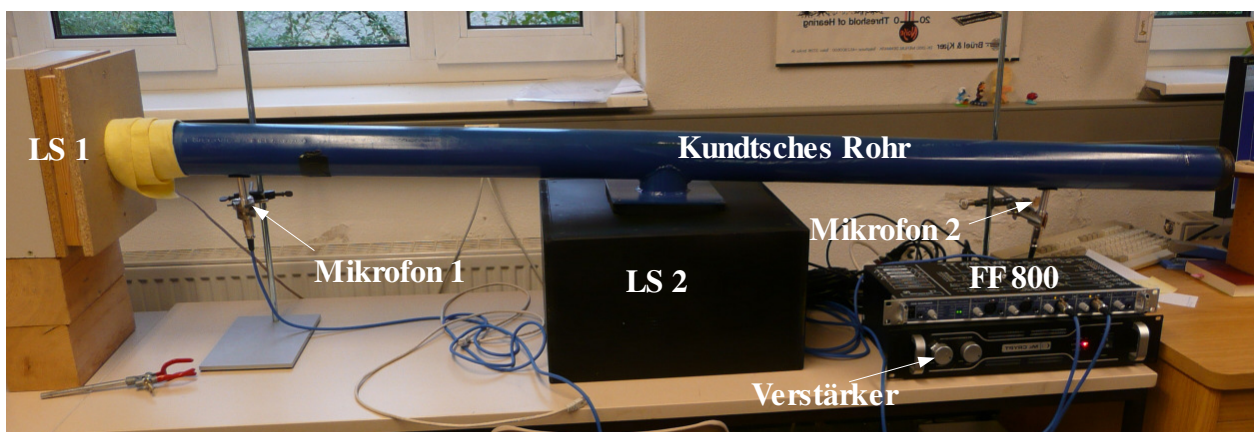


Abbildung 4: Versuchsstand

In der vorliegenden Arbeit beziehen sich die Betrachtungen auf den in Abbildung 4 dargestellten Versuchsstand – das Kundtsche Rohr. Der Lautsprecher 1 (LS 1) gibt das Störsignal und der Lautsprecher 2 (LS 2) das Antischallsignal aus. Die Signale werden durch den Verstärker noch

verstärkt. Das Mikrofon 1 (Mic 1) wird als Referenzmikrofon bezeichnet. Es nimmt das Störsignal auf, welches dem Antischallalgorithmus als Referenzsignal zugeführt wird. Als Fehler- oder auch Errormikrofon wird das Mikrofon 2 (Mic 2) betitelt. Die Schallausbreitung erfolgt innerhalb des Kundtschen Rohres in Form von ebenen Wellen. Der Durchmesser des Rohres beträgt  $d = 0,081$  m. Das Fireface 800 (FF 800) dient zur Wandlung der Signale von der analogen in die digitale Ebene und umgekehrt. Deshalb wird das FF 800 auch als AD/DA-Wandler bezeichnet. Die Angaben zur verwendeten Messtechnik findet sich im Anhang, Anlage 1.

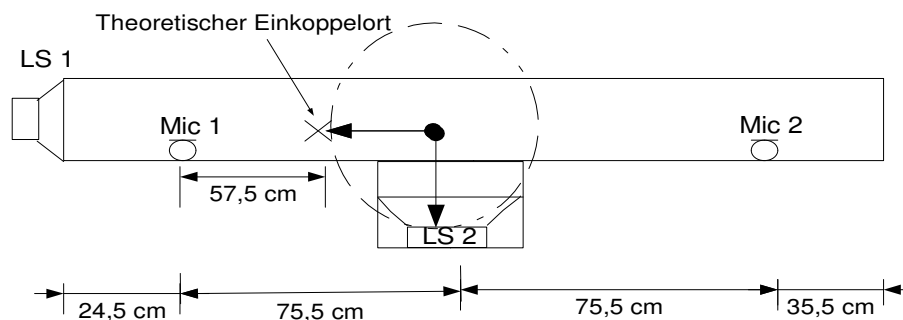


Abbildung 5: Schematischer Versuchsaufbau des Kundtschen Rohres mit dessen Bemaßungen

In Abbildung 5 ist der Versuchsaufbau schematisch mit allen Abmessungen dargestellt. Das 'X' kennzeichnet in dieser Abbildung den Ort der theoretischen Einkopplung des Antischallsignals. In diesem speziellen Fall heißt das, dass für die Aufnahme bis zur Ausgabe eines Signals nur die Zeit zur Verfügung steht, die der Schall benötigt um eine Wegstrecke von  $l = 0,575$  m zurückzulegen. Diese Wegstrecke ergibt sich aus folgenden Überlegungen. In Abbildung 4 ist ersichtlich, dass sich der Antischalllautsprecher in einer black Box befindet. In diesem Gehäuse befinden sich zwei Lautsprecher. Die Installation der beiden Lautsprecher, die in den weiteren Betrachtung immer als Einheit betrachtet werden, befindet sich am Grund der black Box. Das heißt, dass ein ausgegebenes Signal über den Sekundärlautsprecher immer erst eine gewisse Wegstrecke zurücklegen muss, bis der Antischall auf den Störschall trifft. Damit es zu einer phasenrichtigen Überlagerung der beiden aufeinander treffenden Wellen kommt, wird deshalb der theoretische Einkoppelort frühzeitiger angenommen. Dadurch kann die real existierende Wegstrecke kompensiert werden.

### 3.3 Schallausbreitung im Rohr

In diesem Kapitel wird näher auf die besonderen Eigenschaften und Verhältnisse innerhalb eines Rohres bzw. eines akustischen Wellenleiters eingegangen. Bei der Schallausbreitung im Rohr kann unterhalb der ersten Quermode von eindimensionaler Schallausbreitung, das heißt einer ebenen Welle ausgegangen werden. Die Grenzfrequenz hierzu berechnet sich wie folgt:

$$d < \frac{\lambda_{gr}}{2} \quad \text{mit } \lambda = \frac{c_0}{f}$$

$$f_{gr} < \frac{c_0}{2 \cdot d} \quad (2)$$

mit  $d$  – Durchmesser des Rohrs

$\lambda_{gr}$  – Grenzwellenlänge

$f_{gr}$  – Grenzfrequenz

$c_0$  – Schallgeschwindigkeit in Luft ( $343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  bei  $20^\circ\text{C}$ ).

In dem für diese Arbeit verwendeten Versuchsaufbau beträgt der Rohrdurchmesser 81 mm. Aus Gl. (2) ergibt sich eine Grenzfrequenz von 2.117,3 Hz für den verwendeten Versuchsaufbau.

Die eindimensionale Schallausbreitung in Rohren lässt sich in Anlehnung an die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Leitungen durch die Leitungsgleichungen (Gl. (3)) beschreiben. Diese sind aus der Wellengleichung ableitbar. Der Schalldruck an einer beliebigen Stelle  $l$  im Wellenleiter ergibt sich dabei aus der Summe der Schalldrücke  $p$  einer fortschreitenden ebenen Schallwelle und einer reflektierten ebenen Schallwelle (siehe Abbildung 6). Das gleiche gilt auch für den Schallfluss  $q$ .  $p_0$  kennzeichnet den Schalldruck zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

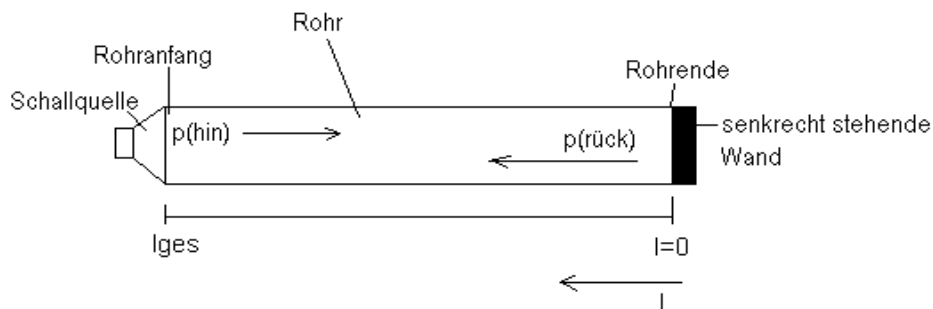


Abbildung 6: Schallleitung im Rohr

Leitungsgleichungen:

$$\begin{aligned} (a) \quad p(t, l) &= p_0 \cdot (e^{-\gamma \cdot l} + r \cdot e^{\gamma \cdot l}) \cdot e^{(j\omega t)} \\ (b) \quad q(t, l) &= \frac{p_0}{Z_a} \cdot (e^{-\gamma \cdot l} - r \cdot e^{\gamma \cdot l}) \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (3)$$

Darin ist

**Übertragungskonstante  $\gamma$ :**  $\gamma = \alpha_D + j\beta = j\underline{k}$  (4)

mit  $\alpha_D$  - Dämpfungskonstante

$\beta$  - Phasenkonstante

$\underline{k}$  - komplexe Wellenzahl

Die Dämpfungskonstante  $\alpha_D$  ist ein Maß für die exponentielle Abnahme der Amplitude längs der Ausbreitungsrichtung  $l$ . Die Phasenkonstante  $\beta$  beschreibt die Phasendrehung des Schalldrucks oder des Schallflusses in derselben Richtung. In der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass längs der Ausbreitungsrichtung  $l$  entlang des Rohres keine bzw. nur geringe Dämpfung ( $\alpha_D = 0$ ) vorhanden ist. Somit ergibt sich mit

$$\beta = k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2 \cdot \pi f}{c_0} \quad (5)$$

$\omega$  – Kreisfrequenz

$f$  – Frequenz

für die Übertragungskonstante:  $\gamma = jk$ . (6)

**akustische Wellenimpedanz  $Z_a$  im Kanal:**  $Z_a = \frac{p}{q} = \frac{\rho_0 \cdot c_0}{S}$  (7)

mit  $S$  – Querschnittsfläche des Kanals

$\rho_0$  – Dichte der Luft

**Reflexionsfaktor  $r$ :**  $r = \frac{Z_w - Z_0}{Z_w + Z_0}$  (8)

mit  $Z_w$  - Abschlussimpedanz

$Z_0$  - Schallkennimpedanz

Da das System der vorliegenden Arbeit anhand des Schalldruckes vollständig beschrieben werden kann, wird in den folgenden Betrachtungen nicht weiter auf den Schallfluss eingegangen. Dass heißt, dass für die Beschreibung der Schallausbreitung innerhalb des Kundtschen Rohres Gl. (3a) verwendet wurde.

Wird der akustische Wellenleiter mit unterschiedlichen Abschlüssen  $\underline{Z}_w$  beendet, so hat das Einfluss auf den Schalldruckverlauf  $p(l)$  im Rohr. In Tabelle 1 sind die Reflexionsfaktoren, Abschlussimpedanzen, der Schalldruck an der Stelle  $l = 0$  und der Schalldruckverlauf  $p(l)$  im Rohr für drei verschiedene Fälle dargestellt.

**Tabelle 1:** Reflexionsfaktor, Abschlussimpedanz und Schalldruck bei verschiedenen Abschlüssen

	Harte Wand	Weiche Wand	Anpassung
$\underline{r}$	1	-1	0
$\underline{Z}_w$	$\infty$	0	$Z_0$
$p(0)$	$2p_0$	0	$p_0$
$p(l)$	$2p_0 \cos(kl)$	$-j2p_0 \sin(kl)$	$p_0 e^{(-jkl)}$

Wird der Extremfall einer unendlichen Abschlussimpedanz betrachtet, so ergibt sich ein Reflexionsfaktor von 1. Der auf den Abschluss treffende Schalldruck wird demnach 100 %-ig reflektiert und eine stehende Welle wird ausgebildet. Dies entspricht einer harten Wand. Die Schalldruckamplitude bei  $l = 0$  verdoppelt sich.

Nimmt die Abschlussimpedanz den Wert Null an, so ergibt sich für den Reflexionsfaktor -1. Es bildet sich ebenfalls eine stehende Welle aus. Das heißt, der ankommende und reflektierte Schalldruck hat den gleichen Betrag, aber entgegengesetztes Vorzeichen. Der Schalldruck an der weichen Wand (bei  $l = 0$ ) ergibt sich zu Null. Entlang des Rohres  $l$  ergibt sich der Schalldruckverlauf  $p(l) = -j2p_0 \sin(kl)$ .

Anpassung wird der Sonderfall bezeichnet, bei dem die Abschlussimpedanz gleich der Schallkennimpedanz  $Z_0$  ist. Somit ergibt sich der Reflexionsfaktor zu Null. Die Schalldruckwelle verlässt das Rohr vollständig. Keinerlei Reflexionen werden in das Rohr geleitet. Somit ist am Ende des Rohres bei  $l = 0$  der Schalldruck gleich dem Schalldruck zum Zeitpunkt  $t = 0$ , dem einfallenden Schalldruck. Die Schalldruckverteilung im Rohr entspricht somit einer hinlaufenden Welle mit  $p(l) = p_0 e^{(-jkl)}$ .

In Abbildung 7 ist der Schalldruckverlauf für einen harten (grün) und weichen (rot) Abschluss, für Anpassung (blau) und dem offenen Rohr des Versuchstandes mit der akustischen Schallstrahlungs-

impedanz eines Kugelstrahlers 0. Ordnung (türkis) dargestellt. Sie wurde aus dem in MATLAB generierten Modell des Wellenleiters ermittelt. Der Programmcode ist im Anhang, Anlage 2 abgedruckt und auf dem beigegeführten Datenträger unter 'akWellenleiter.m' abgelegt.

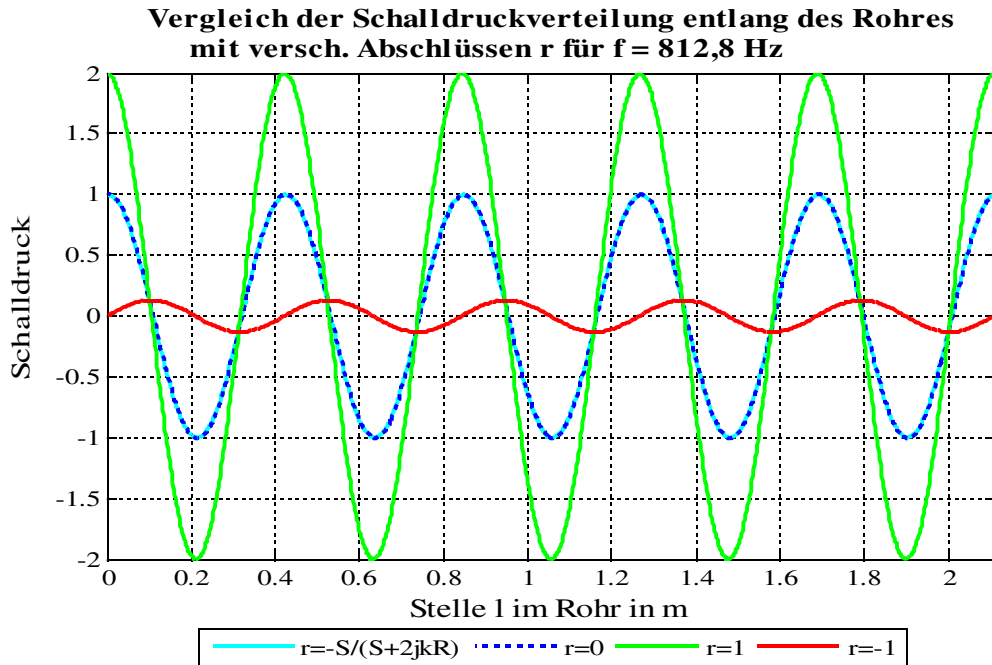


Abbildung 7: Vergleich der Wirkung der verschiedenen Abschlüsse auf den Schalldruck  $p$

Die Kurvenverläufe weisen die erwähnten Eigenschaften für  $l=0$  und für den Schalldruckverlauf  $p(l)$  auf. Die Türkise und blaue Kurve stimmen überein, da sich die akustische Schallstrahlungsimpedanz bei großem  $kR$  ( $R$  – Radius der Kanalöffnung) der Schallkennimpedanz  $Z_0$  annähert (siehe Abbildung 8 b).

### 3.4 Akustische Schallstrahlungsimpedanz des Kugelstrahlers

Trifft die Schallwelle auf die Austrittsöffnung des Kanals, so breitet sie sich in Form einer Kugelwelle aus. Die Kanalöffnung kann als Kugelstrahler 0. Ordnung, auch als „atmende“ Kugel bezeichnet (siehe Abbildung 8 a), angesehen werden, da deren Abmessungen klein gegenüber der zu betrachtenden Wellenlängen sind ( $R \ll \lambda$ ). Dieser strahlt gleichmäßig pulsierend in den Raum ab.

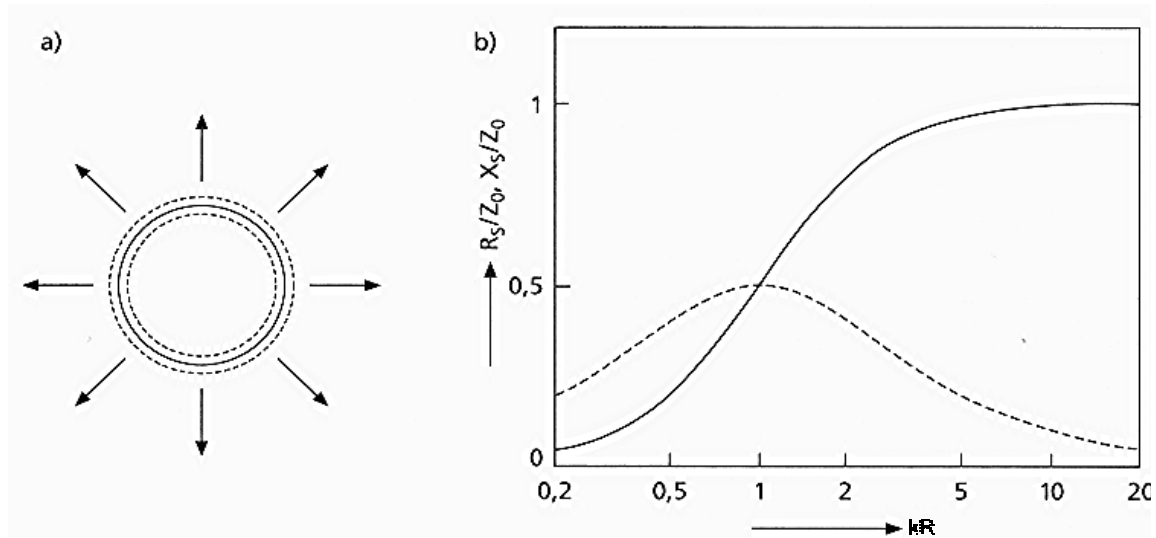


Abbildung 8: a) Schematische Darstellung der "atmenden" Kugel, b) Realteil  $R_S$  (\_\_\_\_) und Imaginärteil  $X_S$  (---) der akustischen Schallstrahlungsimpedanz, [Kuttruff-04]

Die akustische Schallstrahlungsimpedanz  $\underline{Z}_{a,S}$  an der Oberfläche des Kugelstrahlers an der Kanalöffnung ergibt sich zu:

$$\underline{Z}_{a,S} = \frac{p}{q} \bigg|_{r=R} = \frac{\rho_0 c_0 \cdot j k R}{S \cdot (1 + j k R)} \quad (9)$$

mit:  $R$  - Radius der Kanalöffnung

In Abbildung 8 b) ist der Real- ( $R_S$ ) und Imaginärteil ( $X_S$ ) der akustische Schallstrahlungsimpedanz bezogen auf die Schallkennimpedanz in Abhängigkeit von  $kR$  aufgetragen. Anhand dieser Darstellung wird deutlich, dass die akustische Schallstrahlungsimpedanz bei steigender Frequenz und steigendem Radius der Kanalöffnung sich der Schallkennimpedanz  $Z_0$  annähert. Bei genügend großem  $kR$  ( $kR \geq 10$ ) kann demnach davon ausgegangen werden, dass der Schalldruck nicht reflektiert wird und das Rohr vollständig verlässt.

Für den Reflexionsfaktor  $\underline{r}$  des akustischen Wellenleiters gilt mit Gl. (8) und Gl. (9) für

$$\underline{Z}_w = \underline{Z}_{a,S}: \quad \underline{r} = -\frac{S}{S + 2 j k R} \quad (10)$$

In Abbildung 9 ist der Reflexionsfaktor  $\underline{r}$  des Kanals mit dem Kugelstrahler 0. Ordnung als Abschluss über der Frequenz dargestellt. Der Programmcode ist im Anhang, Anlage 2 abgedruckt und auf dem Datenträger unter 'akWellenleiter.m' abgelegt. Mit steigender Frequenz nähert sich der Reflexionsfaktor dem Betrag Null. Im tieffrequenten Bereich weicht dieser von Null ab. In dem

Versuchsstand konnten Frequenzen kleiner 100 Hz nicht sinnvoll untersucht werden, da die Schallleistung des Lautsprechers in diesem Bereich nicht ausreicht. Deshalb interessieren nur Frequenzen ab 100 Hz. Der Betrag des Reflexionsfaktors bei 100 Hz beträgt 0,04, dass heißt die Reflexionsanteile sind sehr gering. Demzufolge wird kaum Schallenergie in das Rohr reflektiert. Somit kann von einer Schallausbreitung mit nur einer hinlaufenden Welle ausgegangen werden. Gl. (3 a) vereinfacht sich dadurch zu:

$$p(t, l) = p_0 \cdot e^{(j\omega t - jkl)} \quad (11)$$

Der Faktor  $e^{j\omega t}$  wird in den Betrachtungen der Arbeit als ruhender Zeiger angesehen. So wird der Schalldruck in Abhängigkeit des Ortes  $l$  zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  betrachtet.

**Reflexionsfaktor des Kanals mit Kugelstrahler 0. Ordnung als Abschluss**

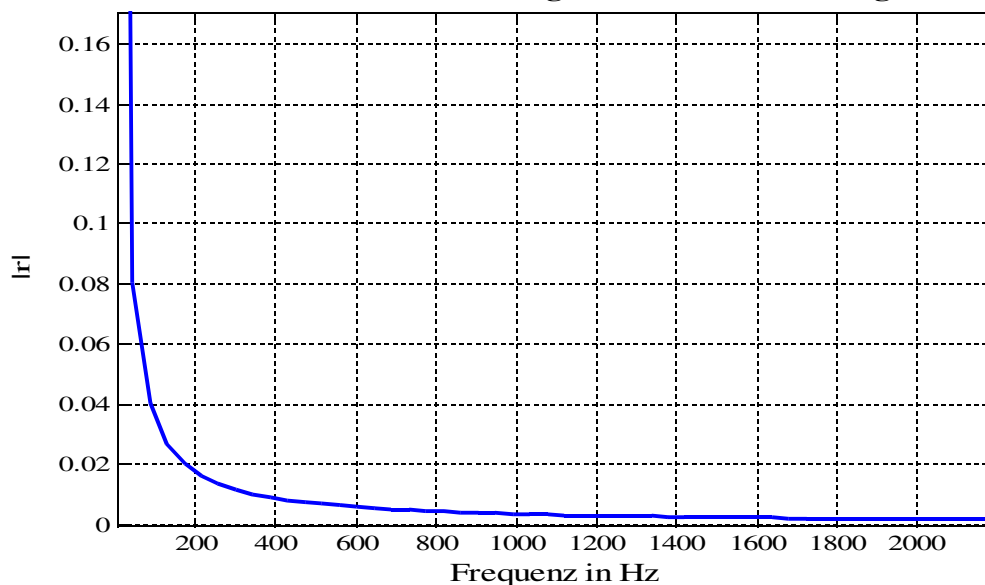


Abbildung 9: Reflexionsfaktor des Kanals mit Kugelstrahlers 0. Ordnung als Abschluss

### 3.5 Messtechnische Ermittlung der Pegelminderung

Um einen praktischen Zugang zu der Antischallproblematik zu bekommen, wurden im Zuge der Diplomarbeit Messungen am Versuchsstand durchgeführt. Dabei wurde untersucht, welchen Einfluss der absolute Phasenfehler  $\delta$  und der relative Amplitudenfehler  $\alpha$  auf die Pegelminderung  $\Delta L$  messtechnisch ausüben (siehe Gl. (1)).

Die frequenzabhängige Pegeldifferenz wurde aus den Messwerten des Störsignals  $L_I(f)$  und der Interferenzüberlagerung  $L_{\text{Interferenz}}(f)$  für jede Frequenz nach Gl. (12) ermittelt.



$$\Delta L(f) = L_1(f) - L_{\text{Interferenz}}(f) \quad (12)$$

### 3.5.1 Abhängigkeit der Pegelminderung vom absoluten Phasenfehler

Mit der Software „Soundcard Scope V 1.30“ und dem integrierten Signalgenerator ist ein Schallsignal mit gleicher Amplitude und Frequenz auf beide Kanäle gegeben worden. Die Phasenverschiebung der Signale zueinander wurde in 1° Schritten von 0° bis 360° variiert. Bei einer Phasenverschiebung von 180°, das entspricht einem Phasenfehler von 0°, ist die maximal mögliche Pegelminderung zu erwarten.

Abbildung 10 zeigt die Minderung des Störpegels in Abhängigkeit vom absoluten Phasenfehler für die Frequenzen 200 Hz, 418 Hz, 1000 Hz und 2000 Hz. Die Wertetabelle ist im Anhang, Anlage 4 zu finden.

Die Auswahl der Frequenzen erfolgte so, dass sowohl Frequenzen im tieffrequenten Bereich als auch die Verhältnisse nahe der Grenzfrequenz des Rohres ( $f_{gr} = 2.117,3 \text{ Hz}$ ) untersucht werden konnten. Die Frequenz 418 Hz besitzt eine Wellenlänge, die der Wegstrecke vom Einspeiseort des Störsignals bis zum Einkoppelort des Antischallsignals entspricht.

Wenn beide Signale so aufeinander treffen, dass konstruktive Interferenz auftritt (Phasenfehler = 180°), ergibt sich die für Druckgrößen charakteristische Pegelerhöhung von + 6 dB. Tritt destruktive Interferenz auf (Phasenfehler = 0°), so konnten in dem Versuchsstand Pegelminderungen von bis zu - 35 dB erreicht werden. Eine Pegelminderung von ca. - 10 dB entspricht einer Halbierung der vom Menschen empfundenen Lautstärke (Lautheit). Demzufolge entspricht die Pegelminderung von - 35 dB einer Verminderung der Lautheit auf ca. 1/10 des Ausgangssignals. Es wird also ca. 90 % des Signals unterdrückt. In Abbildung 10 ist ersichtlich, dass bei jeder Frequenz ein anderes Maximum der Pegelminderung erreicht werden kann. Die maximale Minderung der vier untersuchten Frequenzen liegt im Bereich von ca. - 24 dB bis - 35 dB. Eine mögliche Ursache dafür ist ein geringer Pegelunterschied des Stör- und Antischallsignals. Ob größere Pegelminderungen bei kleineren Phasendifferenzen (z.B.  $\frac{1}{360}^\circ$ ) auftreten, konnte in diesem Versuchsstand nicht getestet werden. Allgemein zeigt die empirische Ermittlung, dass bei höheren Frequenzen (ab 418 Hz) die maximal erreichbare Pegelminderung abnimmt. Der Kurvenverlauf der Pegeldifferenz aller Frequenzen folgt dem numerisch ermittelten (siehe Abbildung 3).

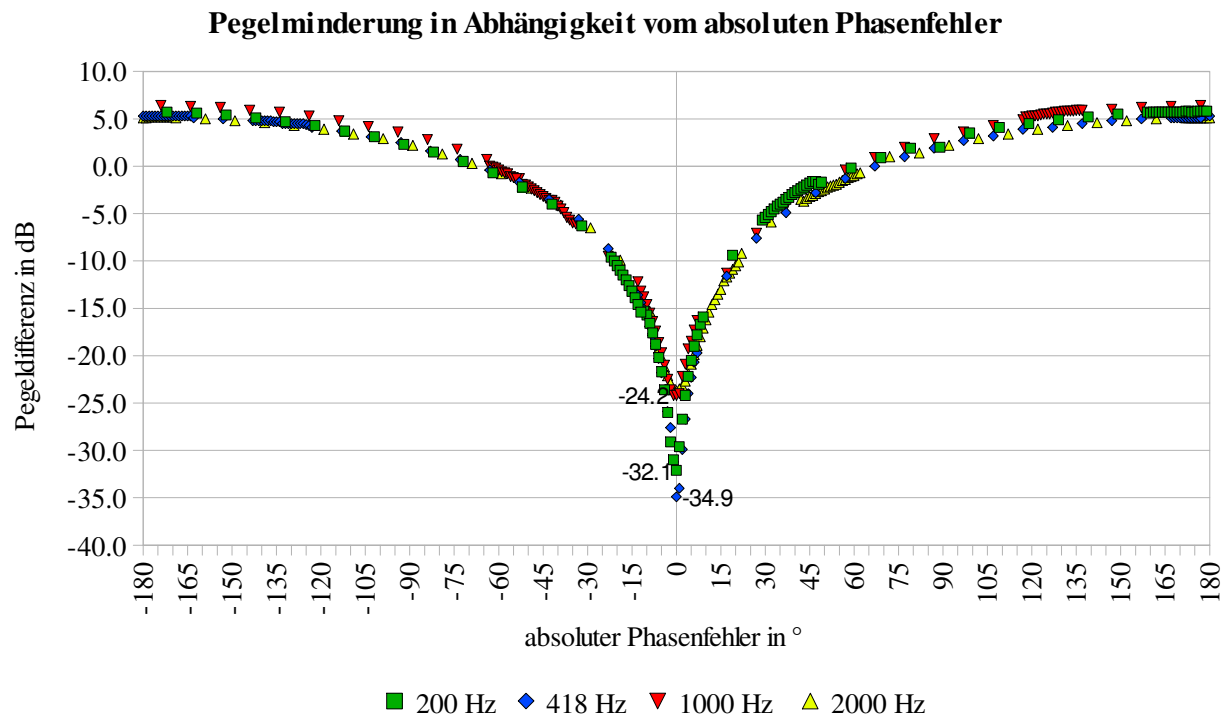


Abbildung 10: Abhängigkeit der Pegeldifferenz vom absoluten Phasenfehler; Messung vom 23.06.2009

In Tabelle 2 ist für jede untersuchte Frequenz ein Phasenfehler von  $\pm 10^\circ$  und die dazugehörige erreichte Pegelminderung aufgetragen. Nach Gl. (1) ergibt sich bei gleicher Amplitude, dass schon bei einem Phasenfehler  $\delta$  von  $10^\circ$  eine Pegelminderung von nur -15 dB eintritt. Dies zeigte sich auch im Versuch.

**Tabelle 2:** Abhängigkeit des Phasenfehlers und dessen Pegelminderung

Theorie		200 Hz		418 Hz		1000 Hz		2000 Hz	
Phasen- fehler [°]	$\Delta L$ [dB]	Phasen- fehler [°]	$\Delta L$ [dB]	Phasen- fehler [°]	$\Delta L$ [dB]	Phasen- fehler [°]	$\Delta L$ [dB]	Phasen- fehler [°]	$\Delta L$ [dB]
-10	-15	-10	-15,7	-10	-15,9	-10	-14,6	-9	-15,3
0	$-\infty$	0	-32,4	0	-34,9	0	-24,2	0	-23,7
10	-15	9	-15,9	7	-19,7	7	-16,3	10	-15,4

### 3.5.2 Abhängigkeit vom relativen Amplitudenfehler

Abbildung 11 zeigt die Abhängigkeit der Pegelminderung vom relativen Amplitudenfehler, d.h. dem Verhältnis des absoluten Amplitudenfehlers der beiden Signale zueinander bezogen auf die Amplitude des Störsignals. Diese Ermittlung erfolgte ebenfalls mit der Software „Soundcard Scope V 1.30“. Für die gleichen Frequenzen wie bei dem vorangegangenen Versuch wurde ein Phasenfehler der Signale zueinander von  $0^\circ$  eingestellt. Bei dieser Messung variierte der Schalldruckpegel des Antischallsignals bei konstantem Störsignalpegel. In Abbildung 11 ist das Ergebnis der Messungen dargestellt. Darin ist die Pegeldifferenz  $\Delta L$  über dem relativen Amplitudenfehler  $\alpha$  aufgetragen. Die dazugehörige Wertetabelle ist im Anhang, Anlage 5 abgedruckt.

In Abbildung 11 verläuft der Kurvenverlauf bei großem relativen Amplitudenfehler zu 0 dB Pegeldifferenz, d.h. desto mehr wird jeweils nur das lautere Signal wahrgenommen. Dies beruht auf der Theorie der Pegeladdition, dass ab einer Pegeldifferenz von  $> 10$  dB das leisere Signal nur einen sehr geringen Beitrag ( $< 0,41$  dB) bei der Addition der beiden Pegel liefert. Durch den eingestellten Phasenfehler von  $0^\circ$  geht der additive Beitrag negativ ein. Dies führt also immer zu einer Pegeldifferenz von  $\leq 0$  dB.

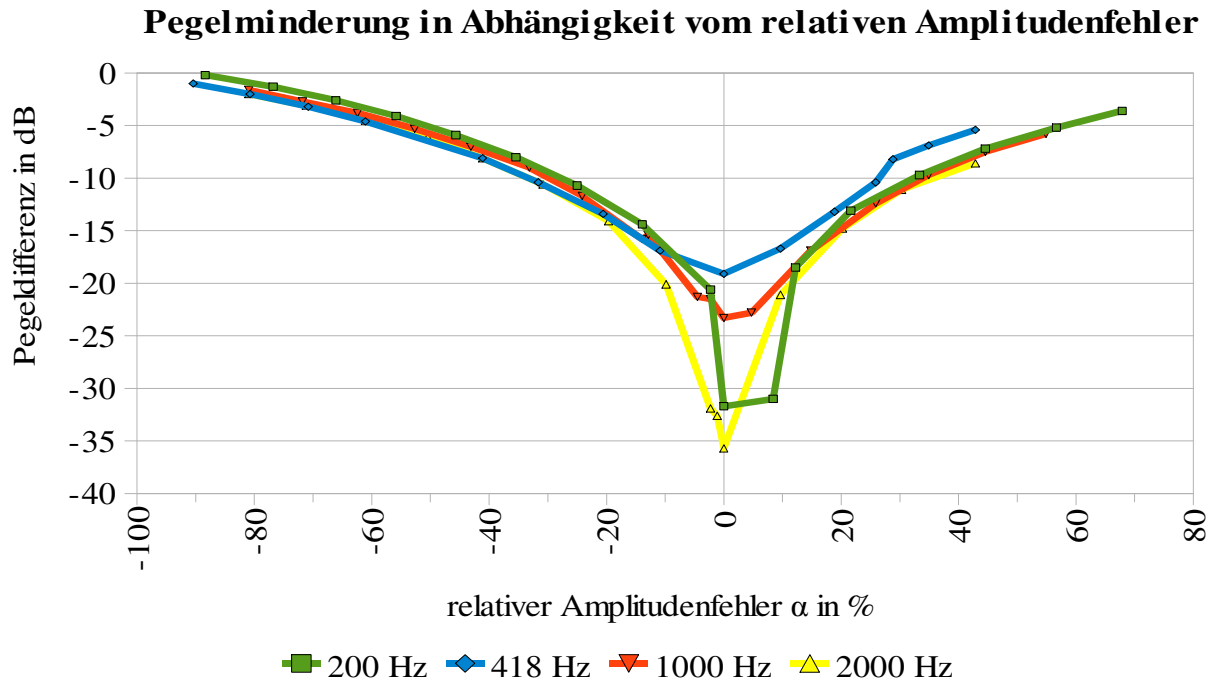


Abbildung 11: Abhängigkeit der Pegelminderung zum relativen Amplitudenfehler; Messung vom 23.06.09

Die Messungen bestätigen den schon bekannten Verlauf, der sich aus Gl. (1) und Abbildung 10 ergibt bzw. darstellt. Anhand der Grafik ist feststellbar, dass die Minderung des Störschalls

abnimmt, wenn der relative Amplitudenfehler steigt. Bei einem relativen Amplitudenfehler von 10 % ist nach Gl. (1) nur noch eine Pegelminderung von maximal - 20 dB möglich. Die Kurve für 200 Hz und 2000 Hz bestätigt diese Theorie. Bei den anderen beiden Frequenzen ist messtechnisch eine geringer Pegelminderung zu verzeichnen. Ursache hierfür ist möglicherweise die ungenaue Lokalisierung des Optimums für die Pegelminderung, hervorgerufen durch einen Phasenfehler und somit einer nicht idealen Überlagerung der beiden Signale oder auch durch die zu grobe Regelung der Amplitudendifferenz, sodass die optimale Pegelminderung nicht erfasst werden konnte.

Anhand der Versuchsreihe ist deutlich geworden, wie wichtig eine präzise Phasen- und Amplitudennachbildung bei der aktiven Lärmbekämpfung ist. Dabei ist die Phasendifferenz kritischer als die Amplitudendifferenz, da hier Pegelerhöhungen auftreten können. Auffällig ist weiterhin, dass die Pegelminderung keinen unendlichen Wert annimmt. Es ist immer ein Fehlersignal wahrnehmbar. Dies liegt an den räumlichen Inhomogenitäten der Schallfelder und ist auch eine Folge der turbulenten Druckschwankungen am Eingangsmikrofon für tiefe Frequenzen und für hohe Frequenzen wird es durch die auftretenden Quermoden beeinträchtigt [Müller/Möser-04] S. 416.

## 3.6 Abtastung analoger Signale

Um die analogen Signale erfassen und verarbeiten zu können, ist eine Transformation in die digitale Ebene vonnöten. Diese erfolgt anhand der Abtastung, die in diesem Kapitel näher erläutert werden soll.

### 3.6.1 Prinzip der Abtastung

Ein analoges Signal, welches wert- und zeitkontinuierlich ist, wird in äquidistanten Abständen  $T_s$  mit der Abtastfrequenz  $f_s$  abgetastet.

$$T_s = \frac{1}{f_s} \text{ s} \quad (13)$$

Es entsteht ein wertkontinuierliches und zeitdiskretes Signal, das Abtastsignal. Durch die Quantisierung des Wertebereiches wird das Abtastsignal in ein wert- und zeitdiskretes Signal, das Digitalsignal, überführt (siehe Abbildung 12). Die quantisierten Abtastwerte werden als Samples  $n$  bezeichnet.

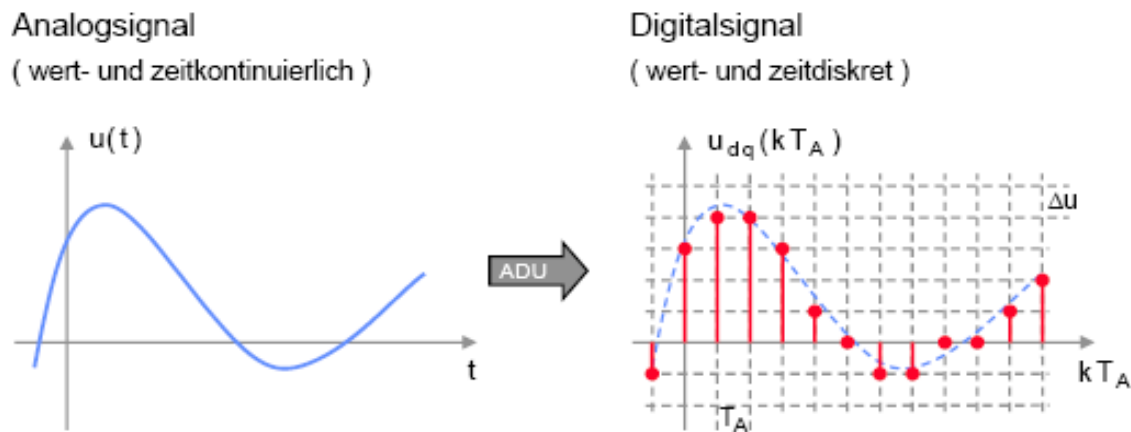


Abbildung 12: Prinzip der Analog-Digital-Umsetzung [Thomanek/adu-09]

Diese werden anschließend durch Binärworte der Breite  $l$  codiert und somit lässt sich das ursprüngliche Analogsignal durch eine Folge von Binärworten ausdrücken. Das technische Verfahren der Analog-Digital Umsetzung wird auch als Pulscodemodulation (PCM) bezeichnet. Zur Beschreibung der Informationsmenge pro Zeiteinheit vom Digitalsignal wird die Bitrate  $BR$  verwendet (siehe Gl. (14)).

$$BR = f_s \cdot l \quad \text{bit/s (bps)} \quad (14)$$

Am Fireface 800 sind verschiedene Binärwortbreiten einstellbar (8, 16, 20, 24 und 32 Bit). Voraussetzung ist, dass diese von der Hardware unterstützt werden. Auch wenn am Eingang 24 Bit anliegen, kann die Einstellung von 16 Bit in der Software zum Fireface 800 eingestellt werden. Die unteren Bits (und somit alle Signale ca. 96 dB unterhalb der Volllaussteuerung) gehen dabei aber unwiderruflich verloren. Ist der Sachverhalt umgekehrt, dass am Eingang lediglich 16 Bit anliegen, so würde eine Aufnahme mit 24 Bit keinen Vorteil bringen. Im Gegenteil es wird nur unnötig mehr Speicherplatz für die Signalaufnahme benötigt (aus [RME-09]).

### 3.6.2 Abtastfrequenz

Grundsätzlich beschreibt die Abtastfrequenz (auch als Abtastrate bezeichnet) die Häufigkeit der Aufnahme von Messwerten (bei der Analog-Digital Umsetzung) oder die Häufigkeit der vorhandenen Samples (bei der digitalen Form des Signals). Die Wahl der Abtastfrequenz richtet sich nach der Nyquistbedingung (Abtasttheorem). Dieses fordert, dass die Abtastfrequenz mindestens doppelt so groß wie die höchste interessierende Frequenz  $f_{\max}$  ist (siehe Gl. (15)).

$$f_s \geq 2 \cdot f_{\max} \quad (15)$$

Somit wird sichergestellt, dass eine korrekte Rekonstruktion des Signals stattfindet. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, wird das Signal unterabtastet. Es überlappen sich die einzelnen Teilspektren des Signals und eine fehlerfreie Nachbildung des Signals ist nicht mehr möglich. Es entsteht der Unterabtastfehler. Dieser wird als **Aliasing** bezeichnet. Abbildung 13 zeigt wie sich dieser im Spektrum des Signals auswirkt.

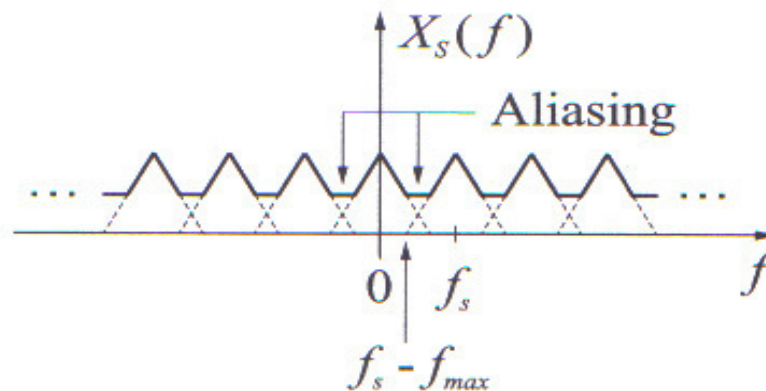


Abbildung 13: Spektrum eines unterabtasteten Signals, [von Grünigen-08]

Ein Beispiel für das Aliasing im Zeitbereich, zeigt Abbildung 14 anhand einer Cosinusschwingung der Frequenz  $\frac{2}{3}f_s$ . Das Resultat aus der Abtastung ist in diesem Beispiel eine Cosinusschwingung der Frequenz  $\frac{1}{3}f_s$ .

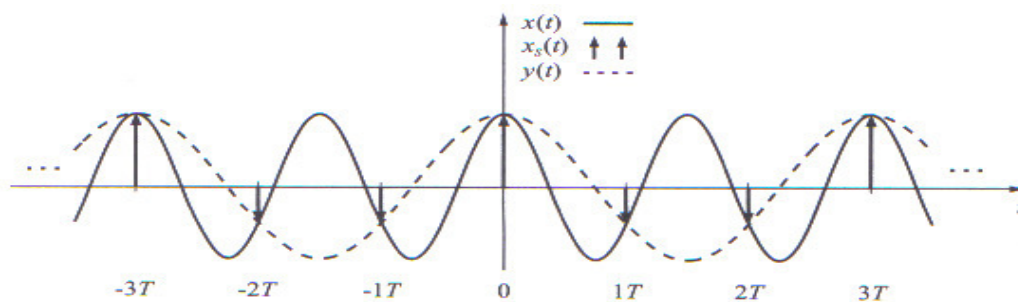


Abbildung 14: Aliasing im Zeitbereich:  $x(t)$ : Originalsignal,  $x_s(t)$ : abgetastetes Signal,  $y(t)$ : nachgebildetes Signal, [von Grünigen-08]

Wenn die Abtastfrequenz das Abtasttheorem übererfüllt und mit einer höheren Frequenz abtastet, dann wird vom oversampling (Überabtastung) gesprochen. Das Gegenteil ist undersampling (Unterabtastung, siehe oben). Das Abtasten mit  $f_s = 2f_{max}$  wird als kritische Abtastung bezeichnet.

Im vorliegenden Versuchsstand, dem Kundtschen Rohr sind Frequenzen bis ca. 2.100 Hz von Interesse (siehe Kapitel 3.3 Schallausbreitung im Rohr). Nach Gl. (15) bedeutet das, dass eine

Abtastfrequenz von mindestens 4.200 Hz vonnöten ist, um bis zu 2.100 Hz richtig abzutasten. Bei dem verwendeten AD/DA-Wandler, dem Fireface 800, sind verschiedene Einstellmöglichkeiten für die Abtastfrequenz gegeben (siehe Abbildung 15). Das Fireface 800 kann mit einer minimalen Abtastfrequenz von 32.000 Hz arbeiten. Nach Nyquist bedeutet das, dass eine Frequenzauflösung bis zu 16.000 Hz möglich wäre.

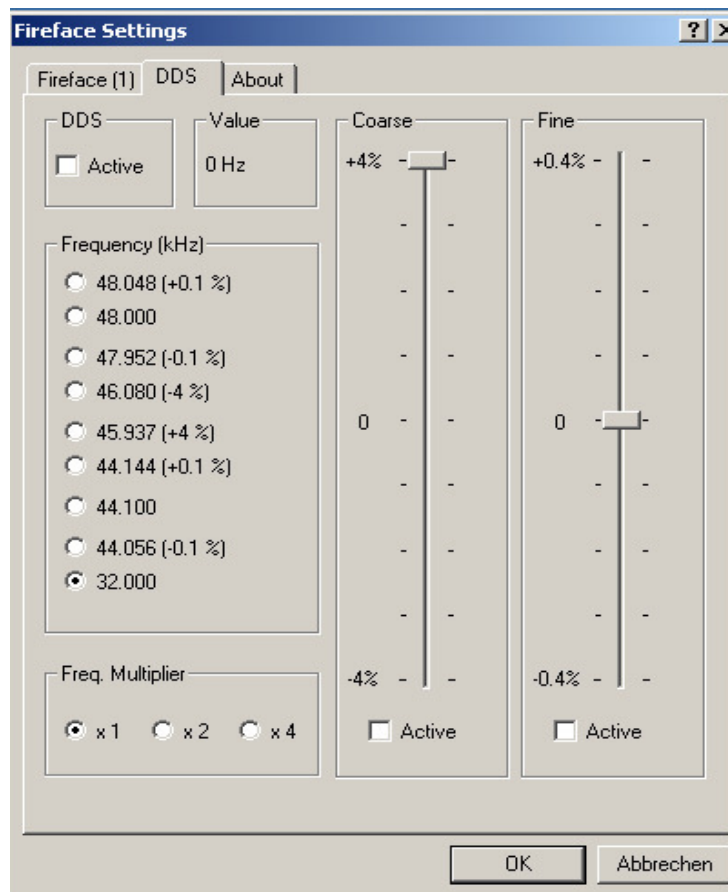


Abbildung 15: Settingsdialog des Fireface 800

### 3.6.3 Fensterlänge

Die Fensterlänge ist eine Zeitspanne in der eine bestimmte Anzahl von Samples aufgenommen werden. Diese muss so gewählt sein, dass alle interessierenden Frequenzen ausgewertet werden können, das heißt dass mindestens eine volle Periode des Signals erfasst wird. In der Praxis wird empfohlen 2-3 volle Perioden der kleinsten zu betrachteten Frequenz mit einer geeigneten Fensterlänge zu erfassen, sofern eine anschließende Fouriertransformation durchgeführt werden soll. Die obere Frequenzgrenze ergibt sich aus der Abtastfrequenz und die untere Frequenzgrenze aus der Anzahl der Abtastwerte. Somit ist die kleinste auflösbare Frequenz das Verhältnis aus der Abtastfrequenz  $f_s$  und der Anzahl der Abtastwerte  $n$

$$f_0 = \frac{f_s}{n} \quad \text{Hz.} \quad (16)$$

Es ist für die Anwendung der Fouriertransformation von Vorteil, wenn die Fensterlänge einer Zweierpotenz entspricht. Hierauf wird in Kapitel 3.8.1 Fouriertransformation bzw. Gl. (32) noch einmal näher darauf eingegangen.

### 3.6.4 Signal-Rauschabstand

Ein Qualitätsmaß in der Signalverarbeitung ist der Signal-Rauschabstand SNR (engl.: Signal-to-Noise Ratio). Dieser setzt die mittlere Leistung  $E\{x^2[n]\}$  des Nutzsignals  $\rho_x^2$  ins Verhältnis zu der mittleren Leistung  $E\{e^2[n]\}$  des Störsignals  $\rho_e^2$ .

$$SNR = 10 \log \left( \frac{\rho_x^2}{\rho_e^2} \right) \quad \text{dB} \quad (17)$$

Zur Erzielung eines großen Signal-Rauschabstandes sollte der AD-Wandler voll ausgesteuert, aber nicht übersteuert, sein. Zur Kontrolle kann der Fireface Mixer verwendet werden. Die Übersteuerung jedes Kanals wird mit einem roten Signalbalken gekennzeichnet.

### 3.6.5 Dynamikumfang

Der Dynamikumfang gibt das Verhältnis von maximaler zu minimaler verarbeitbarer Signalamplitude bzw. -leistung an.

$$D = 10 \log \left( \frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right) \text{ dB} = 20 \log \left( \frac{U_{\max}}{U_{\min}} \right) \text{ dB} \quad (18)$$

Für vollausgesteuerte Wandler mit der Binärwortbreite  $l$  gilt folgender Zusammenhang:

$$D = 20 \log 2^l = 6,02 \cdot l \quad \text{dB} \quad (19)$$

Nach unten wird der Dynamikumfang durch das Grundrauschen des Audiosystems begrenzt, d.h. Signale die unterhalb dieses Pegels ausgesteuert werden, sind vom Rauschen zu stark überlagert. Nach oben wird er durch das Erreichen der maximalen, verzerrungsfreien Aussteuerung des Systems begrenzt.

Da der große Dynamikbereich aller natürlichen Signalquellen von digitalen Audiosystemen nicht verarbeitet werden kann, wird in der Tontechnik häufig zu der Technik der Dynamikkompression gegriffen. Dynamikkompression verkleinert die Wortbreite und somit auch den Dynamikbereich.



### 3.6.6 Latenzzeit

Die Latenzzeit ist die Zeit, die vergeht bis die aufgenommenen Abtastwerte des Signals der Analysesoftware zur Verfügung stehen. Sie ist abhängig von der Abtastfrequenz und der Puffergröße des AD/DA-Wandlers, sowie von der Systemgeschwindigkeit der Analysesoftware zur Generierung des Antischallsignals. Sie bestimmt bei zeitkritischen Anwendungen maßgeblich, ob die verwendete Messtechnik und Software einsetzbar ist. Auf die Eigenschaften des Fireface 800 mit dessen Latenzzeit wird im Kapitel 5 Fireface 800 für den Einsatz in Antischallsystemen näher eingegangen.

## 3.7 Begriffe zur Beschreibung analoger Signale

Zur Beschreibung analoger Signale werden Begriffe verwendet, die in diesem Kapitel definiert werden sollen. Sie sind Grundvoraussetzung zum Verständnis und zur Lösung der Antischallproblematik

### 3.7.1 Mittelwert

Der Mittelwert wird im allgemeinen Sprachgebrauch als Durchschnitt bezeichnet. Es werden alle Daten  $x$  über der Zeit  $t$  aufsummiert und auf die Gesamtzeit  $T$  normiert.

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \quad (20)$$

### 3.7.2 Effektivwert

Der Effektivwert (engl.: root mean square – RMS) charakterisiert die mittlere Energie eines Signals  $x$  pro Zeiteinheit  $T$ .

$$\tilde{x} = \sqrt{\tilde{x}^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T x^2(t) dt} \quad (21)$$

### 3.7.3 Autoleistungsdichtespektrum

Das Autoleistungsdichtespektrum gibt die Energie eines Signals pro Frequenz wieder. Die Bestimmung der spektralen Leistungsdichte ist das Produkt aus den Fourierspektren  $X(f)$  und dem komplex konjugierten Paar (gekennzeichnet mit *conj*).

$$S_{xx}(f) = X(f) \cdot \text{conj}[X(f)] = |X(f)|^2 \quad (22)$$

Wird die Summe über alle Frequenzanteile gebildet, so ergibt sich die Gesamtleistung des Signals. Wird ein Rauschprozess mit dem Autoleistungsdichtespektrum über ein LTI-System mit der Übertragungsfunktion  $G(f)$  übertragen, so ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$S_{yy} = |G(f)|^2 \cdot S_{xx}(f) \quad (23)$$

Als LTI – System (engl.: Linear time-invariant system) wird ein System bezeichnet, wenn es die Eigenschaft der Linearität aufweist, als auch unabhängig von zeitlichen Verschiebungen ist. Als linear kann ein System dann bezeichnet werden, wenn das Ausgangssignal proportional dem Eingangssignal ist. Unabhängig von zeitlichen Verschiebungen ist ein System dann, wenn das Ausgangssignal den gleichen zeitlichen Versatz hat, wie das Eingangssignal.

Die Kenntnis von  $S_{xx}$  ist wesentlich zur Bestimmung des Signal-Rausch-Verhältnisses und zur Optimierung entsprechender Filter für die Rauschunterdrückung.

### 3.7.4 Klirrfaktor

Der Klirrfaktor  $k$  ist ein Maß für die Abweichung des aufgenommenen Signals von dem tatsächlichen Signal. Er kennzeichnet den Anteil der vorhandenen Oberschwingungen und wird im Allgemeinen in % angegeben. Zu seiner Bestimmung ist folgende Reihenfolge einzuhalten: Zuerst erfolgt die Abtastung eines periodischen Signals genau eine Periode lang mit  $n$  Abtastwerten. Die anschließend angewendete Fouriertransformation liefert die Koeffizienten  $X(k)$  für jede Frequenz. Nun werden die Effektivwerte der  $k$ -ten Harmonischen  $\tilde{X}_k$  mit

$$\tilde{X}_k \approx \frac{\sqrt{2}}{N} |X(k)| \quad k = \begin{cases} 1, \dots, \frac{N}{2} & N \text{ gerade} \\ 1, \dots, \frac{N-1}{2} & N \text{ ungerade} \end{cases} \quad (24)$$

bestimmt. Die Bestimmung des Klirrfaktors erfolgt nach

$$k = \frac{\sqrt{\tilde{X}_2^2 + \tilde{X}_3^2 + \dots + \tilde{X}_{\frac{N}{2}}^2}}{\sqrt{\tilde{X}_1^2 + \tilde{X}_2^2 + \dots + \tilde{X}_{\frac{N}{2}}^2}} = \frac{\sqrt{\tilde{X}_{ges}^2 - \tilde{X}_1^2}}{\tilde{X}_{ges}} \quad (25)$$

Das Fireface 800, weist einen Klirrfaktor von  $k < 0,0007 \%$  auf. Dies ist in der Messtechnik ein sehr guter Wert. Praktisch heißt das, das Fireface 800 verändert das ankommende Signal nicht. Die Messtechnik setzt sich aber aus mehreren Komponenten zusammen, die alle einen bestimmten Klirrfaktor aufweisen. Das Messsystem ist demnach nur so gut, wie sein schwächstes Glied.

### 3.7.5 Kohärenz

Mit der Kohärenzfunktion  $C_{xy}^2(\omega)$  können lineare Abhängigkeiten zweier Signale im Frequenzbereich bestimmt werden. Sie stellt ein Verhältnis zwischen den Kreuzkorrelationsspektren und den Autokorrelationsspektren der zu vergleichenden Signale dar (siehe Gl. (26)). Die Thematik der Kreuzkorrelation und der Autokorrelation wird in Kapitel 3.8.3 Korrelation erläutert.

$$C_{xy}^2(\omega) = \frac{|R_{xy}(\omega)|^2}{R_{xx}(\omega) R_{yy}(\omega)} \quad (26)$$

$R_{xy}$  - Kreuzkorrelationsspektrum zwischen Signal  $x$  und  $y$

$R_{xx}$   $R_{yy}$  - Autokorrelationsspektren der Signale  $x$  und  $y$

Der Wertebereich der Kohärenzfunktion liegt zwischen 0 und 1. Bei einem idealen Single Input, Single Output (SISO) System, ohne äußere Störeinflüsse, ist die Kohärenz 1. In der Realität ist immer  $C_{xy}^2 < 1$ . Das hat folgende Ursachen:

- die Messwerte sind meist mit externen Störsignalen überlagert,
- das System, welches  $x$  und  $y$  in Verbindung bringt, ist nichtlinear,
- das Signal  $y$  bezieht sich nicht nur allein auf das Signal  $x$  oder
- es können Auflösungsfehler durch die Fouriertransformation (Interpolation) gegeben sein.

Die Kohärenzfunktion hat maßgeblich Einfluss auf die Effizienz eines Antischallalgorithmus. Um ein geringes Fehlersignal zu erhalten, ist es notwendig eine sehr hohe Kohärenz ( $C_{dx}(\omega) \approx 1$ ) bei den Frequenzen aufweisen zu können, die einen großen Anteil im Störsignal haben. Somit ist die maximale Lärminderung  $\Delta L_{Max}$  durch ein Antischallsystem gegeben mit:

$$\Delta L_{Max} = -10 \lg [1 - C_{dx}(\omega)] \text{ dB.} \quad (27)$$

## 3.8 Operatoren der Signalanalyse

Zur Realisierung eines Antischallalgorithmus ist es wichtig die zur Verfügung stehenden signalanalytischen Operatoren zu kennen und anwenden zu können. Deshalb werden einige in diesem Kapitel näher erläutert.

### 3.8.1 Fouriertransformation

Die Fouriertransformation ist ein mathematisches Werkzeug, um aperiodische, zeitbegrenzte Signale in den Frequenzbereich zu überführen. Als Fourierrücktransformation (auch als inverse Fouriertransformation bezeichnet) wird die Transformation vom Frequenzbereich in den Zeitbereich verstanden. Dabei werden die Funktionen in Frequenzkomponenten oder Elementarschwingungen zerlegt.

$$\text{Fouriertransformation (FT):} \quad \underline{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (28)$$

$$\text{Fourierrücktransformation (IFT/FT}^{-1}\text{):} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{X}(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (29)$$

$\underline{X}(\omega)$  und  $x(t)$  bilden ein sogenanntes Transformationspaar. Die Fouriertransformation anhand von abgetasteten Signalen (Folgen) wird als diskrete Fouriertransformation (DFT) bezeichnet und findet Anwendung in der digitalen Signalverarbeitung. Die Analysegleichung zur Bestimmung der DFT-Koeffizienten und die Synthesegleichung als inverse DFT (IDFT) berechnen sich aus Gl. (30) und Gl. (31). Auch hier bilden  $X(k)$  und  $x(n)$  ein Transformationspaar.

$$\text{DFT:} \quad X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jkn \frac{2\pi}{N}} \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (30)$$

$$\text{IDFT/DFT}^{-1}: \quad x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{jkn \frac{2\pi}{N}} \quad n=0,1,2,\dots,N-1 \quad (31)$$

Ein wichtiges Kriterium für die Anwendung eines Verfahrens in der digitalen Signalverarbeitung ist seine Komplexität, d.h. die Zahl der Rechenoperationen und der benötigte Speicherbedarf. Der Rechenaufwand der diskreten Fouriertransformation benötigt nach Gl. (30)  $N$  Multiplikationen und  $N-1$  Additionen. Für eine komplexe Multiplikation benötigt der Computer 4+2 Gleitkommaoperationen (floating point operations, FLOPs) und 2 FLOPs für jede komplexe Addition. Daraus ergibt sich für eine Abschätzung des Rechenaufwandes der DFT  **$8N^2$  FLOPs**. Die Anzahl der Operationen steigt quadratisch mit der Transformationslänge. Bei großen Transformationslängen bedarf es einem dementsprechend großen Speicher. Sofern es sich dabei um einen „externen“ Speicher handelt, kann der Speicherzugriff unter Umständen zu einer kritischen Größe werden. Bei einer Berechnung der Koeffizienten ohne Speicherung kommt es zu einem zusätzlichen Rechenaufwand und zusätzlich kann es zu numerischen Ungenauigkeiten führen. Grund dafür ist die fortlaufende Berechnung und die damit verbundene Fehlerfortpflanzung.

Um den Rechenaufwand zu minimieren und somit einer Echtzeitanwendung näher zu kommen,

kann die **schnelle Fouriertransformation** (FFT) genutzt werden. Für deren Anwendung gibt es verschiedene Verfahren. Die wohl am meisten eingesetzte ist die Radix-2-FFT. Sie zerlegt die DFT sukzessive in DFT's der halben Länge. Das wird solange fortgesetzt bis eine Transformationslänge von zwei erreicht ist. Das bedeutet, dass für eine DFT der Länge  $N$  die FFT möglich ist, sofern  $N$  eine Zweierpotenz mit einer natürlichen Zahl  $b$  ist:

$$N = 2^b. \quad (32)$$

Bei Verwendung der schnellen Fouriertransformation reduziert sich der Rechenaufwand auf  **$8 N \log_2(N)$  FLOPs**. Für steigende Transformationslängen ergibt sich hier anstelle des exponentiellen Wachstums ein lineares.

Neben dem Kriterium des Rechenaufwandes und des benötigten Speicherbedarfs ist für die DFT von besonderem Interesse, ob die Transformationsergebnisse der Realität entsprechen. Um das zu beurteilen, ist die Kenntnis der theoretischen Zusammenhänge und eine gewisse Erfahrung von Nutzen. Für die Spektralanalyse mit der DFT werden Ausschnitte aus der laufenden Folge entnommen. Dieser Vorgang ist in der digitalen Signalverarbeitung als **Fensterung** bekannt. Sie bezeichnet die Multiplikation der Folge mit der Fensterfolge. Die einfachste Fensterfolge ist das Rechteckfenster, der im Bereich des Fensters den Wert 1 annimmt und ansonsten 0 ist. Bei der Festlegung der Fensterlänge, d.h. der zeitlichen Begrenzung der Folge, muss darauf geachtet werden, dass mindestens eine volle (besser 2-3) Periode der zu betrachtenden Signale oder ganze Vielfache davon betrachtet werden. Da diese Bedingung nicht immer erfüllt ist, weil die Signale oft aus einem Frequenzgemisch bestehen, kommt es zwangsweise zu einem Fehler bei der Transformation. Dieser Fehler äußert sich darin, dass Spektralkomponenten im DFT-Spektrum auftreten, die von der Anwendung her nicht vermutet werden. Es erscheinen zusätzliche Spektralkomponenten ungleich Null. Dieses Phänomen des „Ausfließens“ der DFT-Koeffizienten wird in der digitalen Signalverarbeitung als **Leck-Effekt (leakage-Effekt)** bezeichnet. Eine zeitlich unbegrenzte Kosinusfolge, die nach oben genannten Bedingungen gefenstert ist, besitzt ein Spektrum mit nur zwei diskreten Anteilen (siehe linke Seite der Abbildung 16). Wird das Fenster zu lang oder zu kurz gewählt, so ergibt sich für die periodische Wiederholung eine unstetige Fortsetzung im Zeitbereich (siehe Abbildung 17), die sich im Frequenzspektrum durch zusätzliche Spektralkomponenten widerspiegelt (siehe rechte Seite der Abbildung 16).

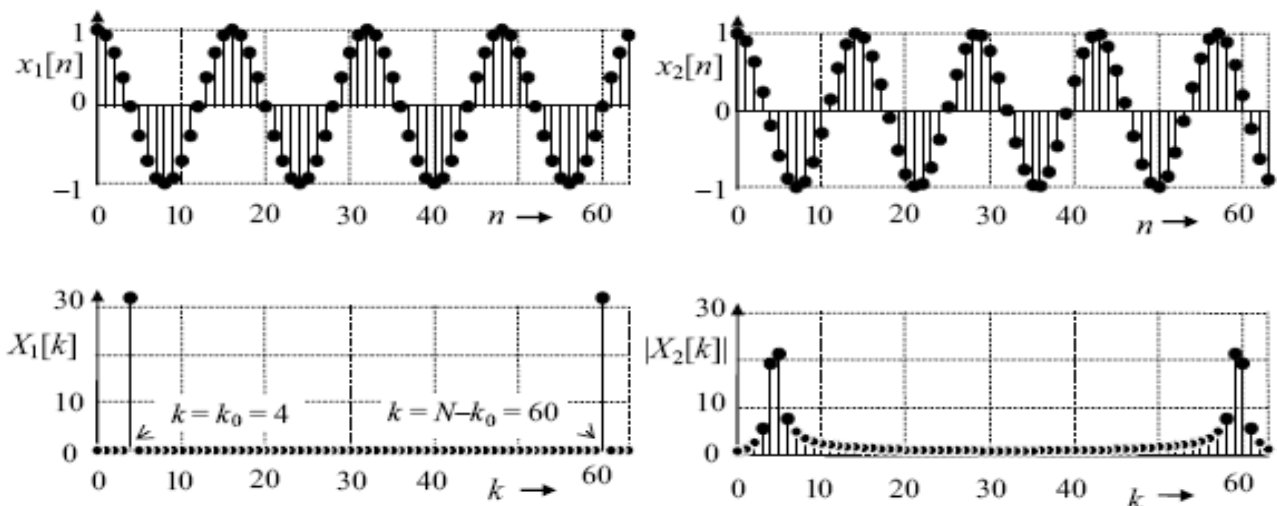


Abbildung 16: links: 4 ganze Perioden einer Kosinusfunktion (oben) und dessen Spektrum (unten); rechts: 4,5 Perioden einer Kosinusfunktion (oben) und dessen Spektrum mit Leck.-Effekt (unten), [Werner/SuS-08]

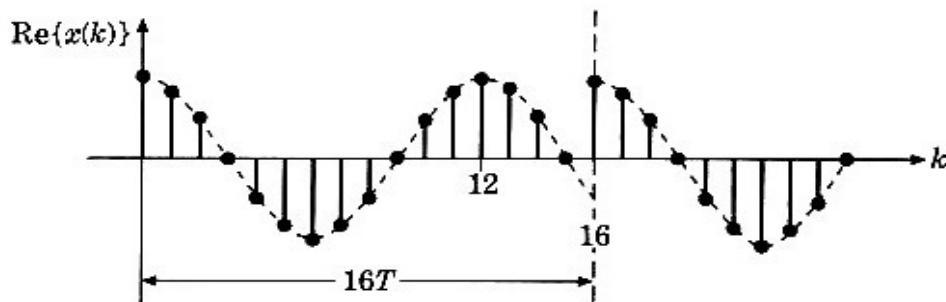


Abbildung 17: Auswirkung einer fehlerhaften Fensterung im Zeitbereich, [Kammeyer-98]

Um die Folgen des Leck-Effektes zu minimieren, werden verschiedene Fensterfunktionen mit unterschiedlichen Eigenschaften eingesetzt. Die Gemeinsamkeit aller Fensterfunktionen ist, dass die Ränder stetig zu Null gesetzt werden und somit die Intensität des Ausgangssignals und dadurch bedingt auch die Fourierkoeffizienten, reduziert werden. Eine Auswahl der Fensterfunktionen ist hier aufgelistet:

- Dreieckfenster
- Blackman-Fenster
- Hamming-Fenster
- Hann-Fenster
- Gauß-Fenster
- Flat-Top-Fenster
- Kaiser-Fenster
- u.a.

Ein tieferer Einblick in die Eigenschaften der Fensterfunktionen ist in [Kammeyer-98], [von Grünigen-08] und weiterer Literatur zur Digitalen Signalverarbeitung zu finden und wird hier nicht näher erläutert.

### 3.8.2 Faltung von Signalen

Das Ausgangssignal eines linearen zeitinvarianten Systems ist gleich dem Eingangssignal, gefaltet mit der Impulsantwort des Systems. Diese Tatsache macht die Faltung für die vorliegende Anwendung zu einer nicht mehr wegzudenkenden Operation. Allgemein ist die Faltung eine Integraloperation und ist mit dem Symbol '\*' gekennzeichnet:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) g(t-\tau) d\tau \\ &= x(t) * g(t). \end{aligned} \quad (33)$$

Bei der Faltung wird eine zeitabhängige Funktion mit einer anderen Funktion gewichtet. Der Funktionswert der Gewichtsfunktion  $x$  an einer Stelle  $\tau$  gibt an, wie stark der um  $\tau$  zurückliegende Wert der gewichteten Funktion, also  $g(t-\tau)$ , in das Ergebnis  $y$  zum Zeitpunkt  $t$  eingeht. In Abbildung 18 ist die Zusammenfassung eines Faltungsprozesses graphisch dargestellt.

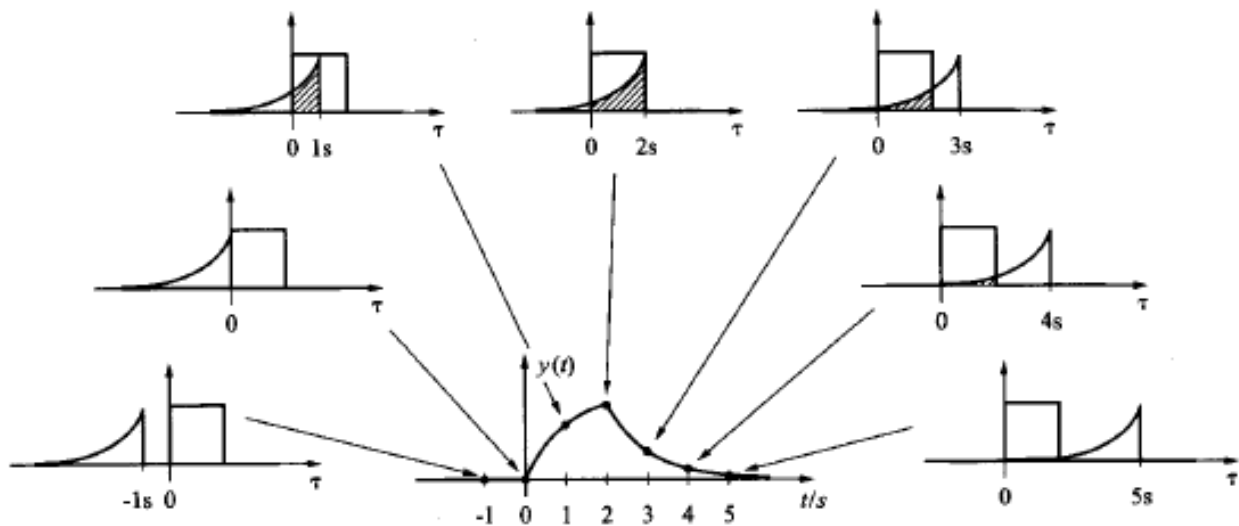


Abbildung 18: graphische Darstellung des Faltungsprozesses [von Grünigen-08]

Eine grundlegende Beziehung in der Systemtheorie stellt das Faltungstheorem dar. Es besagt, dass eine Faltung im Zeitbereich einer Multiplikation im Frequenzbereich bzw. dass eine Multiplikation im Zeitbereich einer Faltung im Frequenzbereich entspricht.

$$g(t) * x(t) \quad \circ - \bullet \quad G(f) \cdot X(f) \quad (34)$$

$$g(t) \cdot x(t) \quad \circ - \bullet \quad G(f) * X(f) \quad (35)$$

Die Faltung und die Multiplikation bilden ein Transformationspaar. Somit ist die Möglichkeit geschaffen die aufwendige Faltung in dem einen Bereich durch eine einfache Multiplikation in dem jeweiligen anderen Bereich zu ersetzen. Es gibt demnach zwei Möglichkeiten zwei Signale miteinander zu falten. Die direkte Methode und die indirekte Methode über die Fouriertransformation (siehe Abbildung 19).

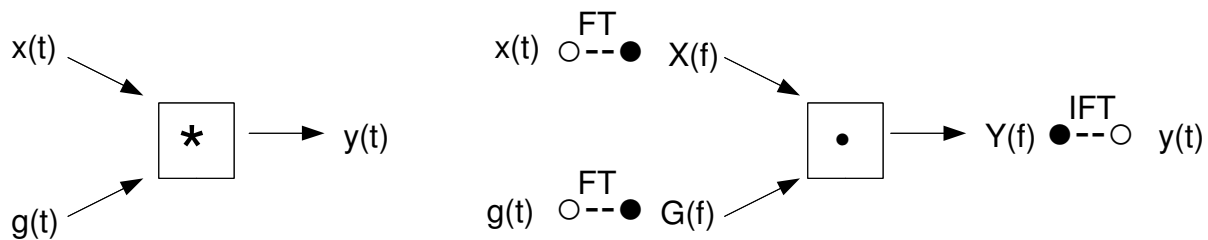


Abbildung 19: Direkte und indirekte Methode zur Durchführung der Faltung

Bei der **diskreten Faltung** zweier Folgen  $x(n)$  und  $g(n)$  ist die diskrete Zeitvariable  $n$  durch die Summationsvariable  $i$  ersetzt und wird wie folgt definiert.

$$y(n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x(i) \cdot g(n-i) \quad (36)$$

In der praktischen Anwendung der digitalen Signalverarbeitung ist die Faltung endlich langer Folgen  $x(n)$  und  $g(n)$  von besonderem Interesse (siehe Gl. (37)).

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \cdot g(n-i) \quad (37)$$

Ein großes Anwendungsgebiet findet sich in der Realisierung von Filteraufgaben, wie sie in Kapitel 3.9.2 FIR-Filter beschrieben werden.

### 3.8.3 Korrelation

Die Korrelationsfunktion überprüft, ob und wie die betrachteten Signale Gemeinsamkeiten zueinander aufweisen. Somit ermöglicht die Funktion den Vergleich von Signalen im Zeitbereich. Es wird zwischen der Auto- und Kreuzkorrelation unterschieden.

#### 3.8.3.1 Autokorrelation

Bei der Bestimmung der Autokorrelationsfunktion (AKF) wird das Signal mit sich selbst verglichen. Damit können periodische Anteile innerhalb eines Messsignals detektiert werden, die aufgrund von Störungen oder anderen Komplikationen nicht direkt aus der Signalform ersichtlich sind. Dies führt zu einer Hervorhebung der periodischen Signalanteile, wohingegen die zufälligen Anteile (Rauschen) reduziert werden. Die Bildung der Autokorrelation eines Signals  $x(t)$  ist in nachfolgender Gleichung dargestellt.



$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (38)$$

Für ein diskretes Signal  $x(n)$  ist definiert:

$$R_x(l) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n) \cdot x(n+l) \quad (39)$$

$$l = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

Folgende Eigenschaften ergeben sich für die AKF:

- Für  $\tau = 0$  entspricht der Wert der AKF dem Effektivwertquadrat  $\tilde{x}^2$  der Funktion  $x$ .
- Die AKF kann den Wert  $\tilde{x}^2$  an keiner Stelle überschreiten.
- Die AKF einer periodischen Funktion mit der Periodendauer  $T$  ist wiederum periodisch mit der selben Periodendauer.
- Die AKF ist eine gerade Funktion, d.h.  $R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$ .

### 3.8.3.2 Kreuzkorrelation

Die Kreuzkorrelationsfolge (KKF) detektiert Gemeinsamkeiten von zwei unterschiedlichen Signalen. Die Amplituden der beiden Funktionen werden mit einem ansteigenden Zeitversatz miteinander multipliziert und anschließend werden ihre Produkte aufintegriert.

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (40)$$

Dabei ist zu beachten, dass in der Praxis nur eine Schätzung der Korrelationsfolgen anhand endlich langer Folgen  $x(n)$  möglich ist. Für die Anwendung der Kreuzkorrelation auf diskrete Signale  $x(n)$  und  $y(n)$  ist Gleichung (41) von Bedeutung:

$$R_{xy}(l) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n) \cdot y(n+l) \quad (41)$$

$$l = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

Durch die Hervorhebung von gleichen Signalanteilen und die Reduzierung von Rauschanteilen kann die Kreuzkorrelation für nachfolgende Einsatzgebiete genutzt werden:

- Signalidentifikation, d.h. die gezielte Suche eines Signals in einem Summensignal,
- Auffindung von Zeitverzögerungen zwischen zwei Signalen (Signalanalyse),
- Zeitverzögerungen bei Schallübertragungswegen in der Raumakustik (siehe Abbildung 20),
- Analyse des Luftschalls,
- Schallquellenortung und
- Anwendungen in der Schallmesstechnik.

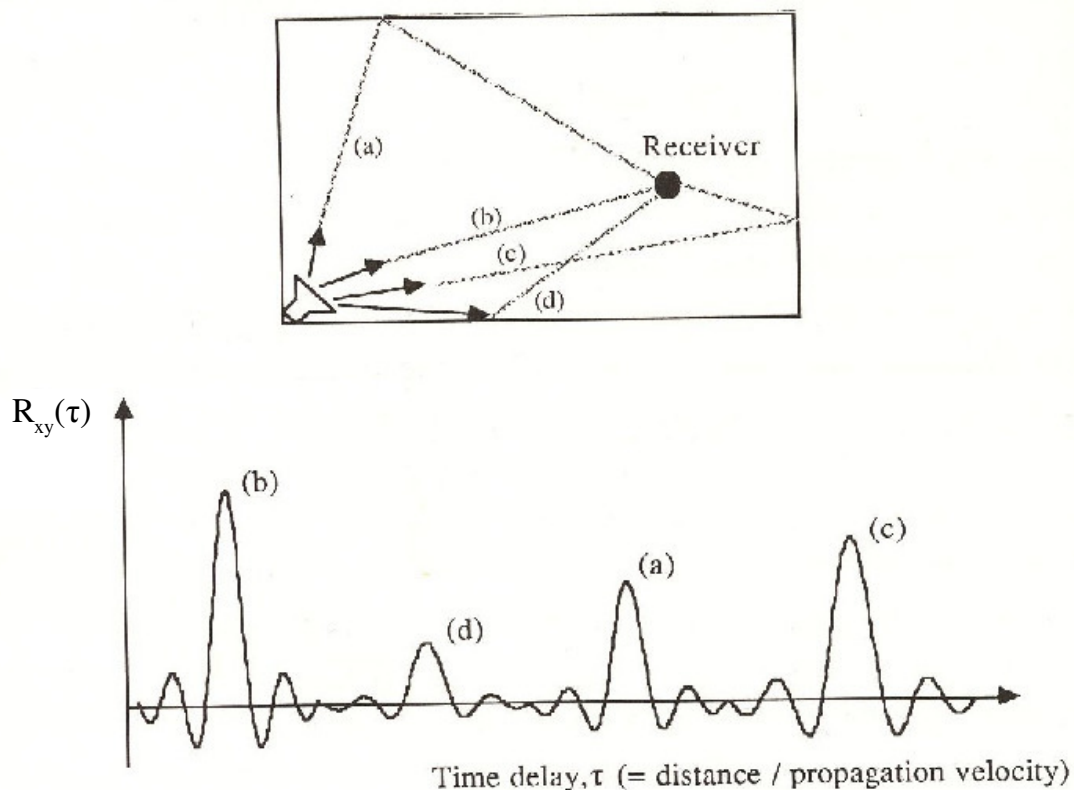


Abbildung 20: Identifikation des Übertragungsweges mittels der KKF [Norton-89]

Abbildung 20 unten stellt die Kreuzkorrelationsfolge des aufgenommenen Signals am Receiver (obere Abbildung) und des ausgesendeten Signals über den Lautsprecher dar. Die Peaks kennzeichnen die Übereinstimmung der Signale miteinander. So kann für jeden Peak, anhand des Zeitversatzes  $\tau$ , die benötigte Wegstrecke von a bis d (= Übertragungsweg) zugeordnet werden.

### 3.9 Digitale Filter

Die Grundlage der digitalen Signalverarbeitung stellen digitale Filter dar, da sie als elektronisches Filter keine kontinuierlichen, sondern wert- und zeitdiskrete Signale verarbeiten. Dieses Kapitel dient dazu, die Welt der digitalen Filterung näher zu erläutern und einen Bezug zur gegebenen Problematik herzustellen.

Der Begriff „Filter“ umfasst ein System, welches nur bestimmte Frequenzkomponenten des Eingangssignals zum Ausgang des Systems durchlässt und die Restlichen unterdrückt. Abbildung 21 stellt den Betragsfrequenzgang  $G(f)$  verschiedener Filter über der Frequenz dar. Mit  $f_g$  bzw.  $f_m$  ist die jeweilige Grenz- bzw. Mittenfrequenz des Filters gekennzeichnet. SB steht für

Sperrbereich und DB für Durchlassbereich.

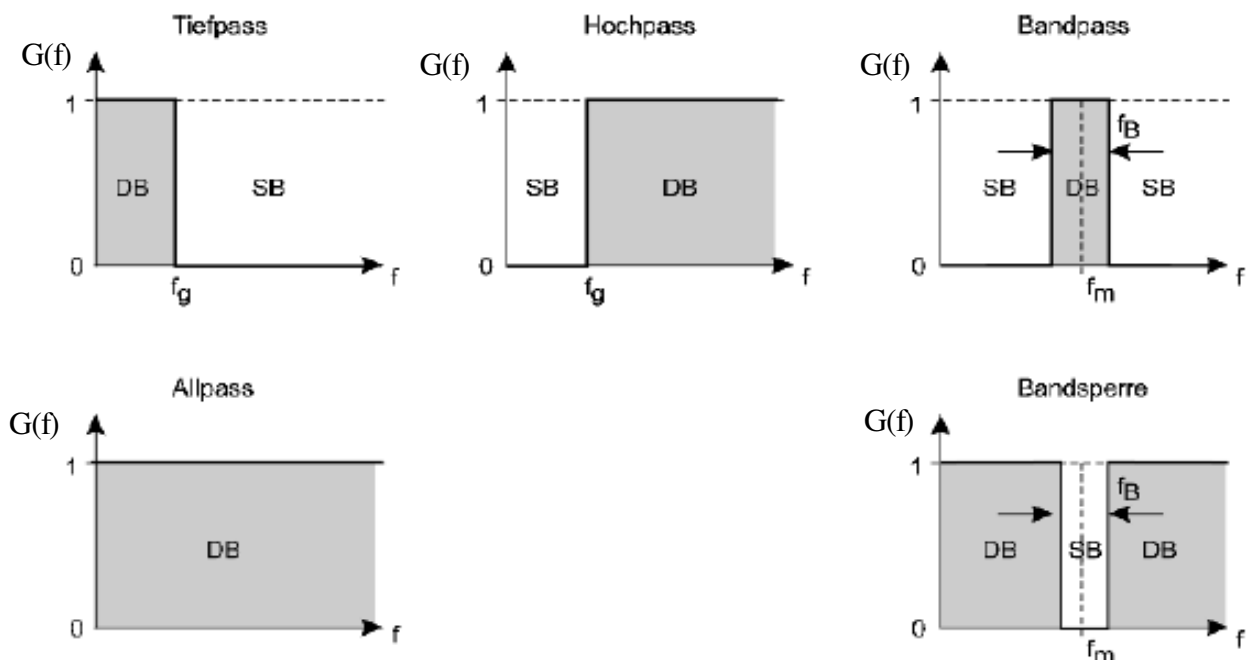


Abbildung 21: Filterarten im Frequenzbereich [Weinzierl-08]

Die dargestellten Filter lassen sich mit rekursiven und nichtrekursiven Filteralgorithmen berechnen.

Daraus ergibt sich die Einteilung der digitalen Filter in zwei Gruppen:

- Nichtrekursive Filter besitzen keinen Rückführungspfad und eine endliche Impulsantwort (engl.: Finite Impuls Response, kurz: FIR) und
- Rekursive Filter besitzen einen Rückführungspfad und eine unendlicher Impulsantwort (engl.: Infinite Impulse Response, kurz: IIR).

In den Kapiteln 3.9.2 und 3.9.3 werden beide Filterarten näher beschrieben.

Ein Ziel der digitalen Filterung kann die Simulation eines analogen Systems sein, z.B. die Schallleitung in einem Rohr, oder sie kann zur Analyse der spektralen Eigenschaften des digitalen Verarbeitungsschemas dienen. Das klassische digitale Filter ist ein lineares, zeit-invariantes diskretes System (LTD-System), sofern der digitale Rechner die Additionen und Multiplikationen für die Filterung genau durchführt. Ein LTD-System setzt sich aus Multiplikations-, Additions- und Verzögerungsgliedern zusammen. Um ein LTD-System beschreiben zu können gibt es verschiedene Möglichkeiten, [von Grünigen-93]:

1. grafische Darstellung als Blockdiagramm
2. durch seine Differenzgleichung
3. durch seine Übertragungsfunktion bzw. seinen Frequenzgang

4. durch seine Impulsantwort
5. durch sein Zustandsgleichungssystem

Punkt 2. – 4. werden auch als Systemfunktionen bezeichnet.

### 3.9.1 Systemfunktionen

#### 3.9.1.1 Differenzengleichung

Die Differenzengleichung eines LTD-Systems N-ter und M-ter Ordnung lautet:

$$y(n) = - \sum_{k=1}^M a(k) y(n-k) + \sum_{k=0}^N b(k) x(n-k) . \quad (42)$$

Sie dient der Realisierung des Digitalfilters und stellt einen Algorithmus zur Berechnung des Ausgangssignals dar. Das Ausgangssignal  $y(n)$  berechnet sich aus der Summe des rekursiven Teils und des nichtrekursiven Teils des Filters. Der rekursive Teil berechnet sich über die Faltungssumme der Abtastwerte des Ausgangssignals  $y(n)$  und den Abtastwerten der Impulsantwort  $a(k)$ . Der nichtrekursive Teil aus der Faltungssumme der Abtastwerte des Eingangssignals  $x(n)$  und der Impulsantwort  $b(k)$ .

#### 3.9.1.2 Übertragungsfunktion und Frequenzgang

Die Übertragungsfunktion  $G(z)$  des Systems ist der Quotient aus der z-transformierten der Ausgangssequenz  $Y(z)$  zu der z-Transformierten der Eingangssequenz  $X(z)$ .

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (43)$$

Wird ein LTI-System betrachtet und dieses als stabil und kausal vorausgesetzt, so ist die Übertragungsfunktion (für  $z = e^{j2\pi f T}$ ) gleich dem Frequenzgang  $G(f)$ .

$$G(f) = G(z) \Big|_{z=e^{j2\pi f T}} , \quad (44)$$

Aus diesem Grund wird in der Literatur mitunter der Frequenzgang als System- und Übertragungsfunktion bezeichnet.  $G(f)$  ist in Gl. (44) die Fouriertransformierte von der Impulsantwort  $g(n)$  und umgekehrt. Der Betrag des Frequenzganges in Abhängigkeit von der Frequenz entspricht dem Amplitudengang  $A(f)$

$$A(f) = |G(f)| . \quad (45)$$

Das Argument von  $G(f)$  in Abhängigkeit von der Frequenz ist der Phasengang  $\phi(f)$

$$\phi(f) = \arg[G(f)] . \quad (46)$$

Die Zeit, mit der die Hüllkurve des Eingangssignals verzögert wird, ist die Gruppenlaufzeit  $\tau_{gr}$ . Sie

ist proportional zu der negativen Ableitung des Phasengangs und berechnet sich zu:

$$\tau_{gr}(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(f)}{df} . \quad (47)$$

Die Gruppenlaufzeit wird in der Praxis häufiger angegeben als der Phasengang, da diese bei der Beurteilung der Übertragungseigenschaften eines Systems aussagekräftiger ist. Von besonderem Interesse für eine Antischallanwendung sind Systeme mit konstanter Gruppenlaufzeit. Sie übertragen ein verzerrungsfreies Signal, sofern der Amplitudengang konstant ist.

### 3.9.1.3 Impulsantwort

Die Impulsantwort  $g(n)$  ist eine Beschreibung im Zeitbereich und gibt Auskunft über das zeitliche Verhalten eines Digitalfilters. Sie bildet ein Transformationspaar mit der Übertragungsfunktion  $G(z)$ , d.h.

$$Y(z) = G(z) X(z) \quad (48)$$

Bzw. nach dem Faltungstheorem gilt im Zeitbereich

$$y(n) = g(n) * x(n) \quad (49)$$

### 3.9.1.4 Messtechnische Bestimmung

In Abbildung 22 ist die gegebene Situation in einem Blockschaltbild dargestellt. Um das System beschreiben zu können, müssen deren Systemfunktionen bekannt sein. Die messtechnische Ermittlung dieser erfolgt, indem die Eingangs- und Ausgangssignale in Beziehung gesetzt werden (siehe Gl. (43) bzw. Gl. (44)).

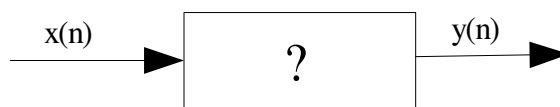


Abbildung 22: unbekanntes System mit dessen Ein- und Ausgangssignal

Für die Kreuzkorrelationsfolge zwischen Ein- und Ausgangssignal ergibt sich folgendes:

$$R_{xy}(l) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} g(i) \cdot R_x(l-i) = g(l) * R_x(l) \quad (50)$$

$$l = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

Das heißt, die Kreuzkorrelation der diskreten Signalfolgen  $x(n)$  und  $y(n)$  ist gleich der Faltung der Impulsantwort  $g(l)$  mit der Autokorrelationsfolge  $R_x(l)$  der Eingangsfolge  $x(l)$ . Entspricht die Eingangsfolge diskretem weißen Rauschen  $w(n)$  mit der Autokorrelationsfolge  $R_w(l) = \sigma^2 \cdot \delta(l)$ ,

so ergibt sich aus der Kreuzkorrelation der Eingangs- und Ausgangsfolge die Impulsantwort mit einem Faktor  $\sigma^2$  multipliziert.

$$R_{xy}(l) = g(l) * R_w(l) = g(l) * \sigma^2 \cdot \delta(l) = \sigma^2 \cdot g(l) \quad (51)$$

Darin ist  $\sigma^2$  die Rauschleistung, die meistens gleich 1 gewählt wird, und  $\delta(l)$  ist der Diracimpuls. In Abbildung 23 ist die Autokorrelation von diskretem weißen Rauschen dargestellt. Anhand dessen ist ersichtlich, dass das Eingangssignal autokorreliert dem Diracimpuls entspricht.

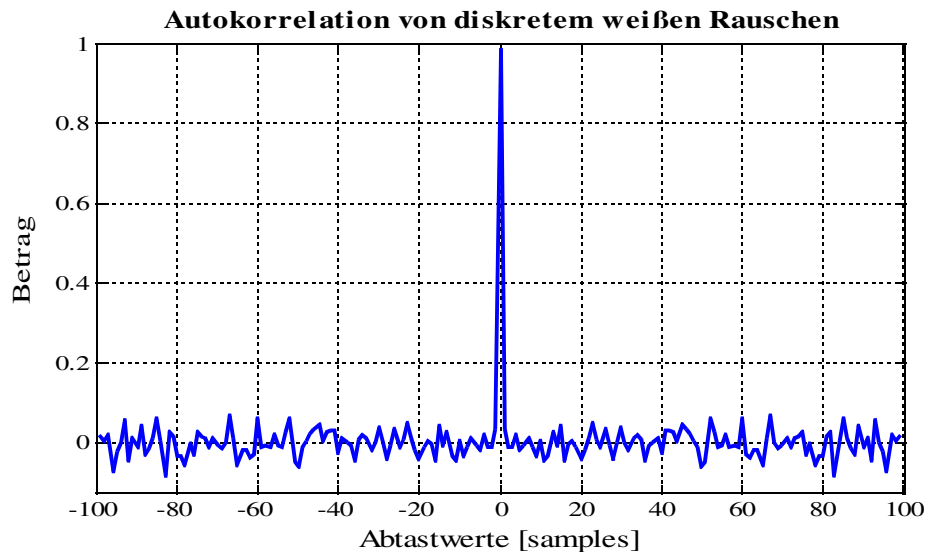


Abbildung 23: MATLAB-Plot der Autokorrelation von diskretem weißen Rauschen

### 3.9.2 FIR-Filter

Ein FIR-Filter, auch Transversalfilter, mit endlicher Impulsantwort  $b(n)$  der Länge  $N$  kann mittels der Differenzengleichung (siehe Gl. (42)) bestimmt werden. Da dieser Filter keinen Rückführungspfad besitzt, entfallen die Koeffizienten für  $a(k)$ . Es bleibt die zweite Summe für die Bestimmung des Ausgangssignals übrig.

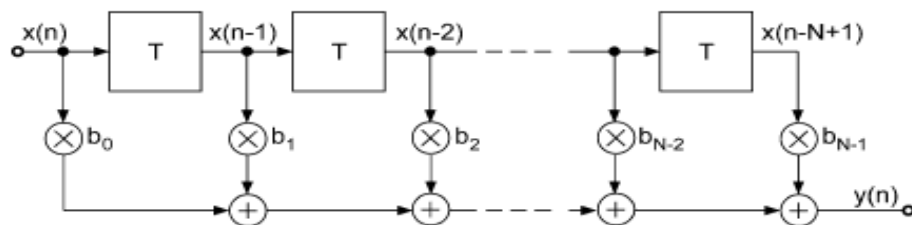


Abbildung 24: Blockschaltbild eines FIR Filters [Weinzierl-08]

In Abbildung 24 ist ein Blockschaltbild eines FIR-Filters dargestellt. Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass das Ausgangssignal des FIR-Filters nur aus den Abtastwerten des Eingangssignals berechnet wird und keinerlei Rückführung stattfindet. Es treten nur vorwärtsgerichtete Operationen

auf. Aus diesem Grund wird dieses Filter als nichtrekursiv bezeichnet. Aus den Filterkoeffizienten  $b(n)$  kann der Frequenzgang  $G(f)$  des FIR-Filters bestimmt werden mit Gl. (43) und

$$\text{Gl. (44) zu: } G(f) = \sum_{k=0}^{N-1} b(k) e^{-j2\pi f T} \quad (52)$$

Der Vorteil eines FIR-Filters ist, dass ein linearer Phasengang konstruiert werden kann. Das führt zu einer konstanten Gruppenlaufzeit (siehe Gl. (47)), d.h. zu einer frequenzunabhängigen Verzögerung des Eingangssignals um  $(N-1)T/2$ . Ein weiterer großer Vorteil ist die Möglichkeit der unabhängigen Vorgabe des Betragsfrequenzgangs und Phasengangs. Wegen diesem Kriterium kommen in der Antischalltechnik FIR-Filter zur Anwendung. Nachteil der Transversalfilter ist jedoch die größere Laufzeit (Latenz) des Eingangssignals durch das Filter. Dabei ist der Rechenaufwand des Prozessors direkt proportional zur Filterlänge  $N$ .

### 3.9.3 IIR-Filter

IIR-Filter weisen eine unendliche Impulsantwort auf und werden anhand der Differenzengleichung (siehe Gl. (42)) berechnet. Die Abtastwerte der Ein- und Ausgangssignale werden bei dem IIR-Filter gewichtet und haben beide Einfluss auf die Bildung des Ausgangssignals. Die vorhandene Rückkopplung führt dazu, dass der IIR-Filter eine unendlich lange Impulsantwort besitzt. Abbildung 40 stellt das Blockschaltbild eines IIR-Filters dar.

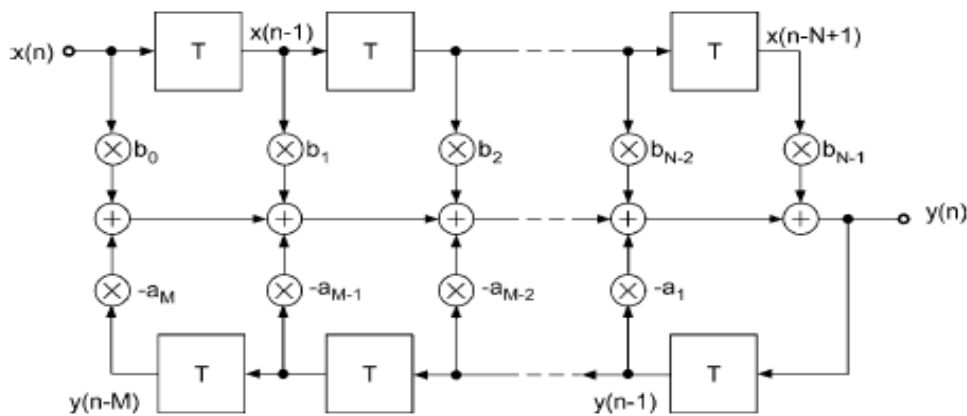


Abbildung 25: Blockschaltbild eines IIR-Filters [Weinzierl-08]

Der Frequenzgang des IIR-Filters lässt sich mit Gl. (42) - (44) bilden zu:

$$G(f) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} b(k) e^{-j2\pi f T}}{1 + \sum_{k=1}^M a(k) e^{-j2\pi f T}} \quad (53)$$

Im Zähler sind die Koeffizienten des vorwärtsgerichteten FIR-Filters  $b(k)$  und im Nenner die des

rückwärtsgerichteten FIR-Filtern  $a(k)$  zu finden.

Nachteil des rekursiven Filters ist die Abhängigkeit des Phasenganges vom Betragsfrequenzgang. Das bedeutet, dass manche Frequenzen bevorzugt durch das Filter gelassen werden und andere wiederum eine längere Zeit benötigen. Darum ist der IIR-Filter, trotz seines geringeren Rechenaufwandes, für eine Antischallanwendung nicht geeignet.

### 3.9.4 Adaptive Filter

Als adaptiven Filter wird ein digitales Filter, welches über ein adaptives System bzw. Algorithmus angepasst wird, bezeichnet. Die Anwendung eines adaptiven Filters bietet sich an, wenn die statistischen Eigenschaften der zu verarbeitenden Signale zeitlich veränderlich oder unbekannt sind, wie es zum Beispiel bei der aktiven Lärmbekämpfung der Fall ist. Dazu ändert das adaptive Filter seine Koeffizienten nach jedem Durchlauf durch ein iteratives Verfahren, wie zum Beispiel durch das Gradientenverfahren.

In der aktiven Lärmbekämpfung werden häufig Filter mit endlicher Impulsantwort (FIR) verwendet. In Abbildung 26 ist der Signalfluss eines adaptiven Filters anhand eines Blockdiagramms dargestellt.

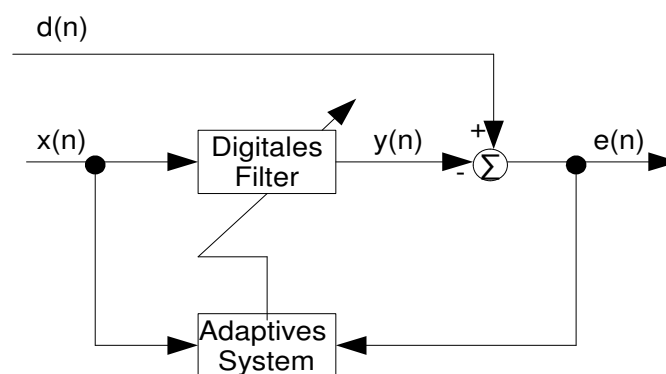


Abbildung 26: Blockdiagramm eines adaptiven Filters, [Kuo-96]

Es approximiert mit Hilfe der Filterkoeffizienten  $\vec{w}(n)$  die Antwort des Systems  $y(n)$  auf eine Anregung mit der Eingangsgröße  $x(n)$  als Referenzsignal. Die Güte dieser Approximation kann beurteilt werden, indem die Differenz zwischen dem Soll-Ausgangssignal  $d(n)$  (gewünschtes Signal) und der approximierten Systemantwort  $y(n)$  gebildet wird. Das verbleibende Fehlersignal  $e(n)$  wird dem adaptiven System zurückgeführt und ermöglicht somit eine Anpassung der Filterkoeffizienten, bis das Fehlersignal  $e(n)$  minimal ist.



Wenn der Kontrollalgorithmus zur Anpassung der Koeffizienten ausgeführt wird, während in einem anderen Zeitfenster Aktualisierungen stattfinden, so wird dieser als **off-line** bezeichnet. Für die vorliegende Diplomarbeit werden Algorithmen benutzt die Abtastwert für Abtastwert nutzen und sogleich verarbeiten, um die Koeffizienten des Filters pro Abtastzeit anzupassen. Dieses Verfahren wird **on-line** bzw. **adaptive Anpassung** genannt. Dieser Algorithmus nutzt nur eine einfache Approximation zur Anpassung und ist dadurch schnell, aber nicht sehr mathematisch genau. Der große Vorteil für die aktive Schallbekämpfung ist die kontinuierliche Anpassung der Filterkoeffizienten. Deshalb sind die adaptiven Algorithmen besser für diesen Anwendungsfall geeignet, als eine exakte Berechnungsmethode, deren Koeffizientenanpassung eine längere Zeit in Anspruch nimmt. Es gibt eine Vielzahl von Algorithmen zur adaptiven Approximation der Filterkoeffizienten. Die einfachste und am häufigsten angewendete Methode ist eine Form des LMS-Algorithmus (siehe Kapitel 4.3 LMS Algorithmus).

Die Anzahl der Filterkoeffizienten  $\vec{w}(n)$ , auch Taps genannt, gibt die Filterlänge  $N$  an. Sie bestimmen neben der Abtastzeit  $T_s$  die Komplexität des Reglers.

Vorteil eines adaptiven Filters ist zum einen seine Fähigkeit, den Zusammenhang zwischen dem Eingangs- und vorgegebenen Soll-Ausgangssignal bzw. die Statistik der Signale zu erlernen. Die Filterkoeffizienten nähern sich mit der Zeit dem Optimum. Zum anderen ist das digitale Filter in der Lage zeitlichen Änderungen der Statistik bzw. des unbekannten Systems zu folgen, wenn diese langsam gegenüber der Lernkurve des Adaptionsalgorithmus sind.

## **4 Aktive Lärmbekämpfung**

Für die Umsetzung einer Maßnahme zur aktiven Lärmbekämpfung wird das Störsignal von einem elektroakustischen oder elektromechanischen Wandler abgetastet und mit einer Steuereinheit in Echtzeit umgesetzt. Zur Umsetzung der Algorithmen werden adaptive Filter eingesetzt. Die am häufigsten Eingesetzten sind die Transversalfilter, die den Least-Mean-Square (LMS) Algorithmus zur Anpassung verwenden (siehe Kapitel 4.3 LMS Algorithmus). Damit Antischallsysteme für die industrielle Nutzung tauglich sind, müssen diese, unabhängig von den Kosten des Systems, folgende Eigenschaften aufweisen:

1. maximale Effizienz für interessierenden Frequenzbereich,
2. selbstständige Funktion des Antischallsystems, mit Blick auf Tauglichkeit der Hardware für Einbau und Einsatz in Industrie,
3. selbstanpassend (Reaktion auf Änderungen der physikalischen Parameter (Temperatur, Schallgeschwindigkeit, Schalldruck,...)) und
4. Stabilität, Robustheit und einfache Kontrolle der verschiedenen Elemente des Systems und der Elektronik.

Ein grundsätzliches Problem von Antischallsystemen sind die hohen Anforderungen an die zeitliche Stabilität, die präzise Kontrolle und die Sicherstellung der Funktionstüchtigkeit des verwendeten Algorithmus.

### **4.1 Anwendungsbeispiele**

Antischall-Systeme werden heute vor allem in geschlossenen Kanal- und Leitungssystemen angewandt. Aktuelle Forschungen sind bestrebt das Anwendungsgebiet auf den dreidimensionalen Raum zu erweitern. Die Anwendungsfelder können in zwei Bereiche untergliedert werden:

- Einkanalige Systeme
- Mehrkanalige Systeme

### Einkanalige Systeme

Einkanalige Systeme verwenden nur einen Output-Kanal für die Ausgabe eines Antischallsignals. Deshalb sind die Anwendungsfelder in diesem Fall auf quellnahe Einspeisung des Antischalls oder auf den zweidimensionalen Raum (wie z.B. ein Rohr) begrenzt. Im Folgenden sind einige Anwendungsbeispiele mit den erreichten Pegelminderungen aufgelistet, die durch das einkanalige System möglich sind:

- aktiver Nachschalldämpfer eines Fahrzeuges, aus [Müller/Möser-04] S. 417
  - unterhalb 4000 U/min  $\rightarrow \Delta L = -6 \text{ dB bis } -12 \text{ dB}$
  - oberhalb 4000 U/min  $\rightarrow \Delta L = -2 \text{ dB bis } -6 \text{ dB}$
- Schalldämpfer in Klimakanälen, Lüftungsanlagen, ...
  - Kombination aus passiven und aktiven Absorbern, aus [Jacob-05]  
 $200 \text{ Hz} \leq f \leq 400 \text{ Hz} \rightarrow \text{Labormessung: } \Delta L = -20 \text{ dB(A)}$   
 $\rightarrow \text{im eingebauten Zustand: } \Delta L = -10 \text{ dB(A)}$
- Antischall-Kopfhörer
  - Nutzen der aktiven Komponenten nur für Frequenzen von  $f \leq 1000 \text{ Hz}$
  - Kombination aus passiven und aktiven Absorbern
  - $f = 100 \text{ Hz} \rightarrow \Delta L = -20 \text{ dB}$ , aus [Völz-04]
  - $f < 600 \text{ Hz} \rightarrow \Delta L \text{ bis zu } -34 \text{ dB}$ , aus [Müller/Möser-04] S. 417

### Mehrkanalige Systeme

Mehrkanalige Systeme nehmen an verschiedenen Stellen das Störsignal auf und geben über mehrere Output-Kanäle das entsprechend berechnete Antischallsignal aus. Der Vorteil dieses Systems ist die Möglichkeit der Anwendung auf den dreidimensionalen Raum. So lassen sich vor allem in kleineren Räumen Schallfelder gut kompensieren. Aktuelle Forschungen bemühen sich mittels eines Antischall-Systems Schallbeugung an Lärmschutzwänden zu beeinflussen und dadurch eine höhere Schalldämmung zu erreichen. Nachfolgend sind beispielhaft einige Anwendungsmöglichkeiten mit erreichter Pegelminderung  $\Delta L$  für die mehrkanaligen Antischall-Systeme zusammengetragen:

- Schallschutzwand mit der Oberkante als aktiv realisierten, schallweichen Abschluss (Acoustical Soft Edge)
  - $200 \leq f \leq 600 \text{ Hz} \rightarrow \Delta L = -4 \text{ dB bis } -8 \text{ dB}$ , aus [Müller/Möser-04] S. 415
- PKW Außen- und Fahrgeräusche im Fahrzeuginnenraum, aus [Müller/Möser-04] S. 421
  - tonales Antriebsgeräusch (zweite Motorordnung)  $\rightarrow \Delta L \text{ bis zu } -20 \text{ dB}$

- stochastisches Fehlergeräusch  $\rightarrow \Delta L \approx -5 \text{ dB}$
- Rollgeräuschminderung bei  $f = 40 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L \approx -10 \text{ dB}$
- aktive Kompensation der Schallabstrahlung eines Flugzeugrotors, aus [Isermann-07]
  - tonale Komponenten reduziert
  - $f = 340 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L = -24 \text{ dB}$
  - $f = 680 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L = -16 \text{ dB}$
- lokale Ruhezone schaffen
  - Kopfbereich eines Bettes, aus [Kletschkowski/Sachau-07]
  - Messpunkte auf Fläche verteilt
    - $f = 100 \text{ Hz}$   $\rightarrow$  durchschnittlich  $\Delta L = -15 \text{ dB}$
    - $50 \leq f \leq 1000 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L = -8 \text{ dB bis } -9 \text{ dB}$
- Brennkammer einer Gasturbine, aus [Müller/Möser-04] S. 426
  - Druckamplitude bei  $f = 433 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L = -17 \text{ dB}$
- Antischallfenster mit innenliegenden Einbauten, aus [Jakob-05]
  - breitbandiges Geräusch  $\rightarrow \Delta L = -5 \text{ dB(A) bis } -7 \text{ dB(A)}$
  - tonhaltig tieffrequentes Geräusch  $\rightarrow \Delta L = -10 \text{ dB(A)}$
- am Spalt eines gekippten Fensters, [Ohly-03]
  - einzelne Frequenzen  $\rightarrow \Delta L = -20 \text{ dB}$
  - einzelne Terzen  $\rightarrow \Delta L = -5 \text{ dB}$
  - Summenverbesserung  $\rightarrow \Delta L \approx -3 \text{ dB}$
- Schalldämmung von Wänden, [Kletschkowski-06]
  - Kombination aus aktiven und passiven Absorber
  - ein Mikrofon als Fehlersensor, hallraumseitiger Schalldruckpegel  $L = 100 \text{ dB}$
  - Pegelreduktion durch die aktive Komponente
    - bei  $f = 377 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L \geq -25 \text{ dB}$
    - bei  $f = 485 \text{ Hz}$   $\rightarrow \Delta L \geq -35 \text{ dB}$

In dieser Diplomarbeit wird in den weiteren Betrachtungen auf die einkanalen Systeme eingegangen.

## 4.2 Überblick einkanaliger Systeme

Die einkanaligen Systeme können auf der **feedforward** oder **feedback** Kontrolle basieren. Der Schwerpunkt der Betrachtungen liegt auf dem feedforward System. Es stellt die bekannteste und geeignetste Anordnung für ein schalltechnisches Problem in Kanälen dar [Snyder-00].

### 4.2.1 Feedforward Systeme

Abbildung 27 stellt den schematischen Aufbau eines einkanaligen feedforward Antischallsystems in einem Kundtschen Rohr dar. Die Anordnung des Referenzmikrofons vor dem Antischalllautsprecher, die Platzierung eines Fehlermikrofons nach dem Antischalllautsprecher und die vorwärts gerichtete Regelung gibt dem System den Namen. Aus dieser Anordnung ergibt sich die Aufnahme eines kohärenten Referenzsignals durch das Referenzmikrofon im Störschallfeld.

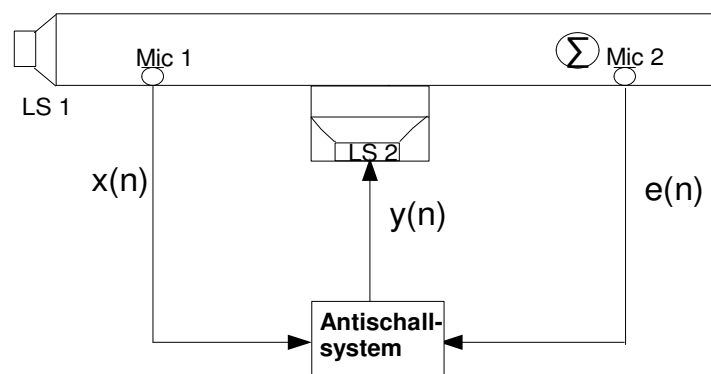


Abbildung 27: Einkanaliges feedforward Antischallsystem in einem Kundtschen Rohr

Die wichtigsten Kenngrößen, abgesehen von der Steuereinheit, die das Antischallsignal generiert, sind nachfolgend aufgelistet:

- **Qualität der Aufnahme des Referenz- und Fehlersignals**  
Dies ist abhängig von dem Frequenzgang des Mikrofons, dem Klirrfaktor des Verstärkers und des AD-Wandlers, sowie von den vorherrschenden Bedingungen im Kanal (z.B. Strömungen).
- **Abstand des Referenzmikrofon von dem Antischalllautsprecher**  
Dieser hat Einfluss auf die zur Verfügung stehenden Zeit, die die Steuereinheit benötigen darf, um die Generierung des Antischallsignals und dessen Ausgabe zu realisieren. Benötigt die Steuereinheit mehr Zeit als zur Verfügung steht, so sind nur schmalbandige oder periodische Signale effektiv zu mindern. Wird der Abstand vergrößert, so benötigt die

Schallwelle eine längere Zeit um diesen Weg zurückzulegen. Es muss aber beachtet werden, dass die Korrelation des Referenzsignals mit dem Signal, welches am Lautsprecher als Störsignal ankommt, sehr hoch ist, damit die Kompensation durch Interferenz möglich ist. Durch zusätzliche Schallfelder kann es, bei zu großem Abstand, zu einer größeren Fehlerwahrscheinlichkeit kommen. Dies muss jedoch für jeden Anwendungsfall speziell messtechnisch ermittelt werden. Im Allgemeinen ist es aber besser den Abstand so gering wie möglich zu wählen.

- Eigenschaften des Rohrs

Sie haben Einfluss auf die Grenzfrequenz, also ab welcher Frequenz Quermoden auftreten, und ganz allgemein auf die Übertragungsfunktion des Rohres.

Es ist ebenso wichtig die akustische Rückkopplung zwischen dem Antischalllautsprecher und dem Referenzmikrofon zu beachten. Eine speziellere Betrachtung dieses Themas findet sich in Kapitel 4.7 Akustisches Feedback.

### 4.2.2 Feedback Systeme

Abbildung 28 stellt den schematischen Aufbau eines einkanaligen feedback Antischallsystem in einem Kundtschen Rohr dar. Bei diesem System wird nur ein Mikrofon benötigt. Dieses ist nach dem Antischalllautsprecher platziert. Es nimmt den Schalldruck auf und dieser wird über in der Steuereinheit verarbeitet und daraus das Antischallsignal generiert. Dieses wird über einen Verstärker an den Antischalllautsprecher gegeben. Diese Art der Schallkompensation ist aber sehr problematisch, da ein Fehler in der Phase beim Kontrollglied der Steuereinheit generell in ein oszillierendes Signal mündet. Ein oszillierendes Signal wird psychoakustisch jedoch auch als störend empfunden.

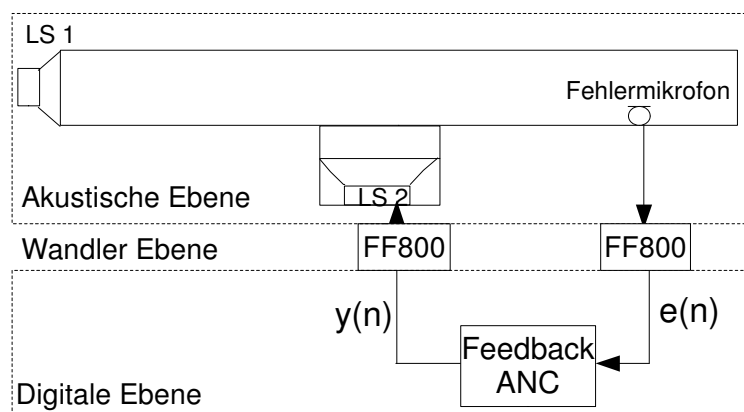


Abbildung 28: Einkanaliges feedback System in einem Kundtschen Rohr

## 4.3 LMS Algorithmus

### 4.3.1 Mathematische Beschreibung

Der Least-Mean-Squares (LMS) Algorithmus dient zur Approximation der Lösung eines Problems der kleinsten Fehlerquadrate. Dies findet in der Digitalen Signalverarbeitung Anwendung bei der Anpassung von Koeffizienten eines FIR-Filters. Der Algorithmus beruht auf der Methode des steilsten Abstiegs (auch Gradientenverfahren). Die Adaption des Koeffizientenvektors geschieht in kleinen Schritten und zeitrekursiv, d.h. mit jedem neuen Datensatz wird der Algorithmus einmal durchlaufen und die Lösung angepasst. Pro Schritt wird der neue Koeffizientenvektor  $w(n+1)$  aus dessen Vorgänger und einer aus dem Gradientenvektor  $g(n)$  und der Inversen Korrelationsmatrix  $R_{xx}^{-1}$  abgeleiteten Änderung, multipliziert mit dem Konvergenzparameter  $\mu$ , wie folgt bestimmt.

$$w(n+1) = w(n) - \mu \cdot R_{xx}^{-1} g(n). \quad (54)$$

In dem Konvergenzparameter  $\mu$  ist die Information der Varianz des Eingangssignals enthalten. Der Gradient  $g(n)$  wird auf einfache Art geschätzt, indem an dessen Stelle der Erwartungswert aus Stör- und Fehlersignal  $E(x(n) \cdot e(n))$  tritt:

$$g(n) = E(x(n) \cdot e(n)). \quad (55)$$

In der praktischen Anwendung ist der Erwartungswert jedoch meist unbekannt. Deshalb wird der Kurzzeitmittelwert bzw. dessen einfachste Form der Näherung, der Momentanwert, verwendet. Die Berechnungsvorschrift für das Fehlersignal  $e(n)$  ergibt sich aus der Differenz der vorgegebenen Zieldaten  $d(n)$  und den Ausgangsdaten des Filters  $x(n)^T w(n)$ . Der neue Filterkoeffizientenvektor  $w(n+1)$  berechnet sich anhand der Gl. (56 b).

$$\begin{aligned} (a) \quad e(n) &= d(n) - x(n)^T w(n) \\ (b) \quad w(n+1) &= w(n) + \mu e(n) x(n). \end{aligned} \quad (56)$$

Der Vektor mit den Eingangsdaten der Zeitpunkte  $n-(N+1)$  bis  $n$  wird mit  $x(n)$  gekennzeichnet.  $d(n)$  ist das zu kompensierende Störsignal zu einem Zeitpunkt  $n$  am Betrachtungsort,  $w(n)$  ist der aktuelle Filtervektor der Länge  $N$  und  $\mu$  kennzeichnet den Konvergenzparameter des Anpassungsverfahrens. Zu jedem Zeitpunkt wird der aktuelle Fehler bestimmt und daraus die neuen Filtergewichte  $w(n+1)$  berechnet.

Das Ziel besteht darin die Koeffizienten eines FIR-Filters so anzupassen, dass der Erwartungswert des quadratischen Fehlers  $E[e^2(n)]$  (auch Kostenfunktion genannt) einen minimalen Wert zeigt. Nachteil dieses Verfahrens ist die Abhängigkeit der Konvergenzzeit von den Eingangsdaten. Wenn

ein sich zeitlich schnell veränderliches Signal angepasst werden soll, so ist es möglich, dass der Algorithmus zu keiner Lösung kommt.

Für die Konvergenz eines LMS Algorithmus benötigt dieser etwa  $20N$  Iterationen. Das bedeutet er benötigt  $2N+1$  Multiplikationen. Dieser Rechenaufwand steigt linear mit der Filterlänge  $N$ .

### 4.3.2 Simulation eines LMS Algorithmus

Eine Simulation des LMS-Algorithmus wurde mit der Software MATLAB Version 7.6.0 (R2008a) anhand des Versuchsaufbaus durchgeführt.

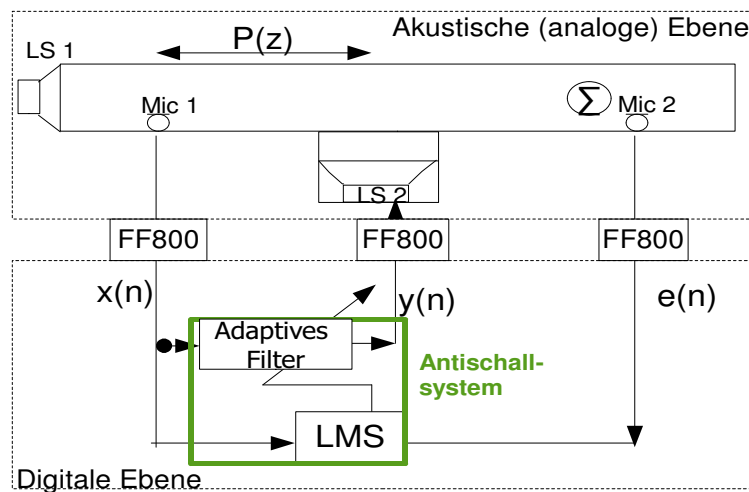


Abbildung 29: Praktische Umsetzung eines LMS Algorithmus

Abbildung 29 stellt ein Blockschaltdiagramm zur praktischen Umsetzung eines LMS Algorithmus dar. Am Referenzmikrofon (Mic 1) wird das akustische Referenzsignal  $x(t)$  aufgenommen und über den AD-Wandler (FF 800) in digitalen Werte  $x(n)$  überführt. Diese Abtastwerte werden über einen adaptiven FIR-Filter gefaltet. Das ergibt erstmals das Antischallsignal  $y(n)$ , welches über den DA-Wandler in ein analoges Signal  $y(t)$  gewandelt wird. Über einen Verstärker wird das Signal an den Sekundärlautsprecher (LS 2) gegeben, der es dann ausgibt. Das Störsignal hat sich in der Zwischenzeit mit der Schallgeschwindigkeit  $c_0$  fortbewegt. Dieser akustische Weg wird mit  $P(z)$  symbolisiert. Nun überlagern sich die Primär- und die Sekundärschallwellen. Deren Superposition wird als Fehlersignal  $e(n)$ , bezeichnet. Dieses wird von dem Fehlermikrofon (Mic 2) an einer Betrachtungsstelle ( $\Sigma$ ) aufgenommen, vom FF 800 gewandelt und dem adaptiven Algorithmus (hier LMS) zugeführt. Aus dem neuen Datensatz des aufgenommenen Störsignal und dem Fehlersignal werden neue Filterkoeffizienten berechnet.



Um das Ganze theoretisch nachbilden zu können, muss zusätzlich zu dem adaptiven Algorithmus in der digitalen Ebene noch die „analoge Ebene“, das heißt die Fortpflanzung der akustischen Welle in dem Kanal  $P(z)$ , integriert werden. Abbildung 30 stellt das Blockdiagramm eines LMS Algorithmus dar. Aus dem Filter  $P(z)$  kann ein gewünschtes Signal  $d(n)$  berechnet werden, welches zur Ermittlung des Fehlersignals  $e(n)$  und somit auch zur Berechnung der Filterkoeffizienten  $w(n)$  benötigt wird.  $P(z)$  ist dabei der in Kapitel 3.3 Schallausbreitung im Rohr definierte Wellenleiter des Kundtschen Rohres im Frequenzbereich.

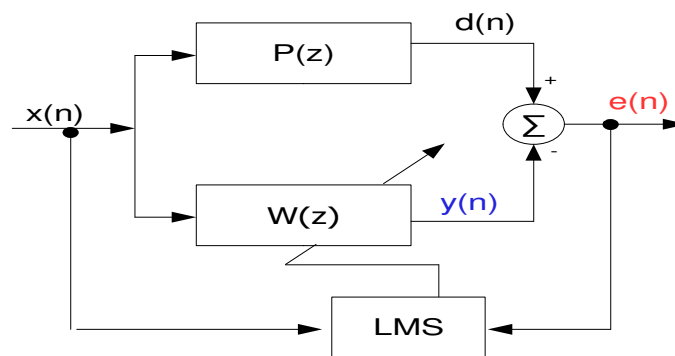


Abbildung 30: Blockdiagramm eines LMS Algorithmus

Das Ergebnis der Simulationen ist in Abbildung 31 für ein harmonisches Signal und in Abbildung 32 für ein transientes Signal dargestellt. Der Programmcode ist im Anhang, Anlage 6 abgedruckt und auf dem beigefügten Datenträger unter 'LMSAlgoharmonisch.m' und 'LMSAlgo.m' gespeichert. Das Störsignal  $x(n)$  ist in den Abbildungen schwarz, das Antischallsignal  $y(n)$  blau und das Fehlersignal  $e(n)$  ist rot dargestellt. Für die erste Simulation wurde eine Frequenz von 500 Hz gewählt. Die Schrittweite wurde für das harmonische Signal mit  $\mu = 0.8$  und für das transiente Signal mit  $\mu = 0.008$  eingestellt. Die Anpassung der Filterkoeffizienten ist in beiden Abbildungen deutlich nachvollziehbar. Ersichtlich an dem kleiner werdenden Fehlersignal. In Abbildung 31 hat das Fehlersignal noch nicht sein Minimum erreicht. Bei dem verrauschte Signal hat das adaptive Filter nach ca. 20 ms sein Optimum gefunden bei dem das Fehlersignal  $e(n)$  minimal ist. Dabei ist deutlich die Anpassung der Amplitude des Antischallsignals an das Störsignal zu sehen. Die Konvergenzzeit ist jeweils abhängig von der Wahl des Konvergenzparameters  $\mu$  (siehe Kapitel 4.3.3 Konvergenzparameter). Der LMS Algorithmus kann auf Änderungen der Statistik während der Adaption umso schneller reagieren (engl.: tracking), je größer die Schrittweite  $\mu$  ist, sofern diese kleiner  $\mu_{max}$  ist, um die Stabilität zu gewährleisten. Dieses gute Nachführverhalten hat jedoch zum Nachteil, dass eine große Fehleinstellung  $M$  zu erwarten ist. Diese Fehleinstellung ist in

Abbildung 32 ersichtlich. Das Fehlersignal kann nicht bis auf Null minimiert werden. Es schwankt um das Filterkoeffizientenoptimum und somit auch um das Fehlerminimum.

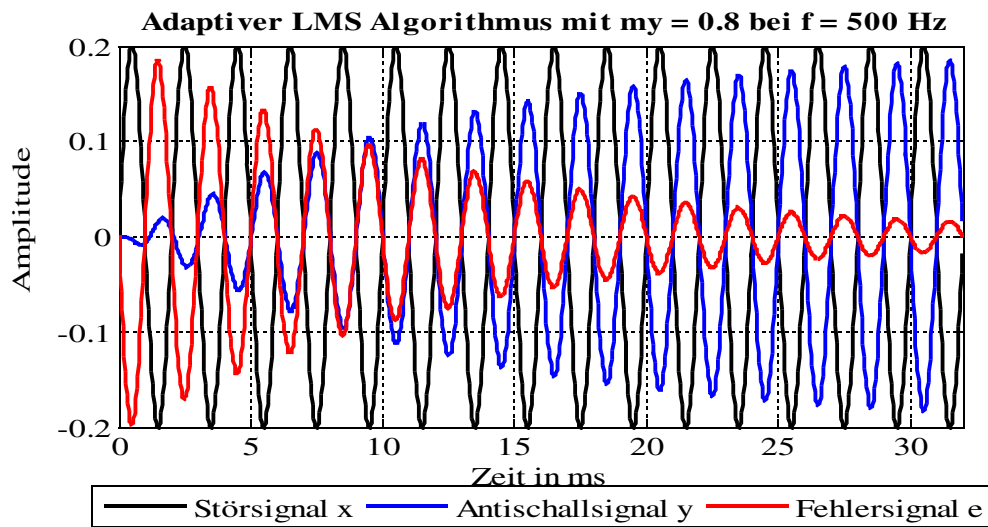


Abbildung 31: Ergebnis der Simulation eines adaptiven LMS Algorithmus mit MATLAB anhand einer harmonischen Funktion

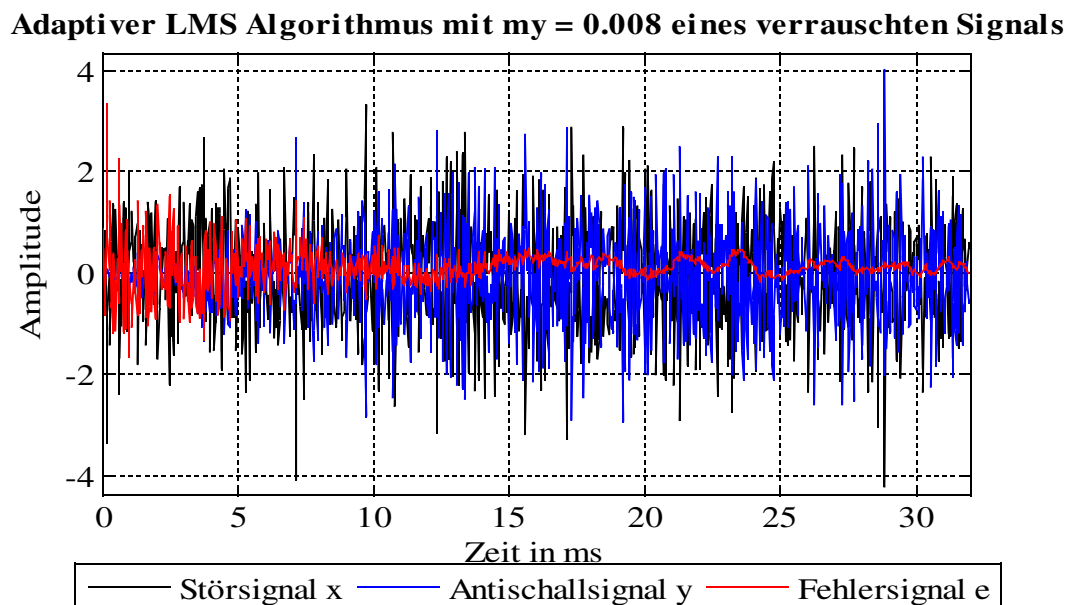


Abbildung 32: Adaptiver LMS Algorithmus mit  $\mu = 0,008$  eines transienten Signals

### 4.3.3 Konvergenzparameter

Der Konvergenzparameter  $\mu$  übt als Schrittweite einen großen Einfluss auf die Schnelligkeit der Anpassung der Filterkoeffizienten an das Optimum  $w^0$  aus. Die Wahl des Konvergenzparameters hat folgenden Einfluss:

- $\mu \ll \mu_{max}$   $\rightarrow$  Algorithmus braucht lange um zu konvergieren, kleine Fehlanpassung
- $\mu < \mu_{max}$   $\rightarrow$  schnelle Anpassung der Filterkoeffizienten an das Optimum, große Fehlanpassung
- $\mu \geq \mu_{max}$   $\rightarrow$  instabil

$\mu_{max}$  entspricht der oberen Grenze der Stabilitätsbedingung.

Meist konvergiert der LMS Algorithmus von den Initialfilterkoeffizienten  $w(0)$  zu den optimalen Filterkoeffizienten  $w^0$  dann, wenn folgende Bedingung für die Schrittweite  $\mu$  erfüllt ist (Stabilitätsbedingung nach [Kou/Morgan-96]):

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}} . \quad (57)$$

Mit  $\lambda_{max}$  als größten Eigenwert der Eingangs-Autokorrelationsmatrix  $R_{xx}$ .  $\lambda_{max}$  darf hier nicht mit der Wellenlänge, die das gleiche Formelzeichen hat, verwechselt werden. Die schnellste Konvergenz der dominanten Moden im Eingangssignal ergibt sich aus der kritischen Dämpfung von

$$\mu = \frac{1}{\lambda_{max}} . \quad (58)$$

Für große Filterlängen  $N$  ist die Berechnung von  $\lambda_{max}$  sehr schwierig. Deshalb ist die Stabilitätsbedingung von  $\mu$  nach Gl. (57) zur Umsetzung in einem Algorithmus nicht praktisch einsetzbar. Vielmehr werden die Eigenwerte  $\lambda_{max}$  der Autokorrelationsmatrix  $R_{xx}$  geschätzt zu:

$$\lambda_{max} \leq N R_{xx}(0) = NP_x . \quad (59)$$

$P_x$  kennzeichnet die Leistung des Störsignals  $x(n)$ . Sie berechnet sich aus der Autokorrelation des Eingangssignals  $x(n)$  an der Stelle Null. Somit ergibt sich für den Konvergenzparameter aus Gl. (57) und Gl. (59) folgender Zusammenhang, der die Stabilitätsbedingung erfüllt.

$$0 < \mu < \frac{2}{NP_x} \quad (60)$$

Diese Eingrenzung gilt jedoch nur für Signale, die im Mittel gleich gewichtet sind. Variiert die Signalverteilung über der Zeit, so muss eine erhöhte Eingrenzung erfolgen. Für normalverteilte Signale sollte der Konvergenzparameter in folgenden Grenzen liegen:

$$0 < \mu < \frac{2}{3NP_x} \quad (61)$$

Aus Gl. (60) lassen sich einige grundsätzliche Dinge für die Wahl von  $\mu$  ableiten:

1. Da die obere Grenze von  $\mu$  indirekt proportional zur Filterlänge  $N$  ist, werden kleine Schrittweiten für große Filterlängen genutzt.

2. Die indirekte Proportionalität der Schrittweite zu der Signaleingangsstärke, bedeutet für die Wahl des Konvergenzparameters, dass für leistungsschwache Eingangssignale große Schrittweiten gewählt werden können. Für leistungsstarke Eingangssignale ist es umgekehrt.
3. Typisch für die praktische Anwendung ist folgende Eingrenzung des Konvergenzparameters nach [Kuo/Morgan-96]:

$$\frac{0,01}{NP_x} < \mu < \frac{0,1}{NP_x} \quad (62)$$

Die **Konvergenzzeit**  $\tau$  (Konvergenzgeschwindigkeit, -rate) ist ein Maß für die Anzahl der benötigten Iterationen, bis sich die Filterkoeffizienten dem Optimum  $w^o$  mit genügender Genauigkeit angenähert haben. Das heißt bis das Fehlersignal minimal wird. Sie verhält sich umgekehrt proportional zum Konvergenzparameter  $\mu$  und zum kleinsten bzw. größten Eigenwert der Autokorrektionsmatrix  $\lambda_{min/max}$ .

$$\text{obere Grenze: } \tau_{g_{max}} \approx \frac{1}{\mu \lambda_{min}} \quad \text{wenn } \mu \ll \mu_{max} \quad (63)$$

$$\text{untere Grenze: } \tau_{g_{min}} \approx \frac{1}{\mu \lambda_{max}} \quad \text{wenn } \mu \ll \mu_{max} \quad (64)$$

In diesen beiden Grenzen bewegt sich demnach die Konvergenzzeit.

In der Diplomarbeit wurde anhand eines LMS Algorithmus der Einfluss des Konvergenzparameters  $\mu$  auf das Konvergenzverhalten des Fehlersignals bei einer Frequenz von 500 Hz simuliert. Der Programmcode ist im Anhang, Anlage 7 abgedruckt und auf dem beigelegten Datenträger unter 'Algoeuerblick.m' abgelegt. In Abbildung 33 wird die Amplitude des Fehlersignals über der Zeit für verschiedene Konvergenzparameter deutlich. Für einen großen Konvergenzparameter von 0,9 konvergiert das Fehlersignal zu dessen Minimum schon nach ca. 8 ms, bei einem Konvergenzparameter von 0,5 konvergiert es erst nach ca. 16 ms. Je kleiner dieser gewählt wird, desto mehr Zeit benötigt der Algorithmus das Optimum der Filterkoeffizienten zu finden. Zu bemerken ist weiterhin, dass ab dem Start des Algorithmus das Störsignal minimiert wird, denn dieses (in Abbildung 33 nicht eingezeichnet) weist in dem Beispiel eine Amplitude von 0,2 auf. So kann in diesem Beispiel schon nach 2 ms eine Pegelminderung von ca. - 6 dB bis - 14 dB (je nach Konvergenzparameter) erreicht werden.

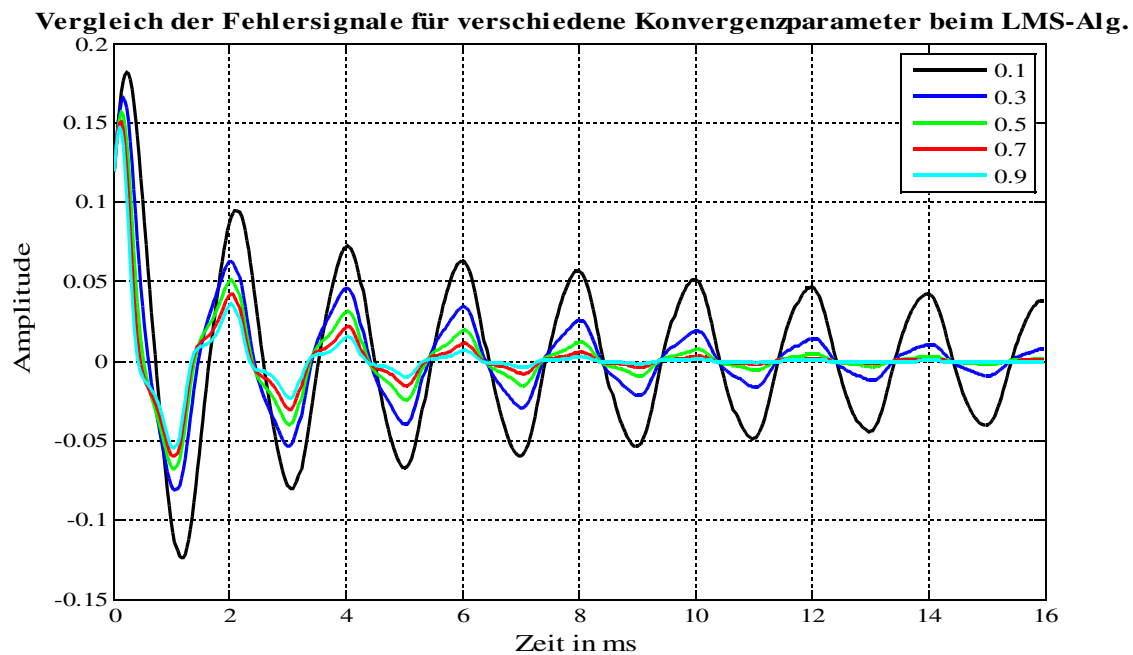


Abbildung 33: Vergleich der Fehlersignale für verschiedene Konvergenzparameter unter der Verwendung eines LMS Algorithmus für ein harmonisches Signal

#### 4.3.4 Fehlanpassung

Der LMS-Algorithmus beruht auf der Einstellung der Filterkoeffizienten für jeden Durchlauf. Sobald die optimalen Filterkoeffizienten eingestellt sind, d.h. das Fehlersignal minimal ist, führt jede weitere Anpassung in der Regel zu einer Fehleinstellung. Die Fehlanpassung  $M$  (engl.: misadjustment) spiegelt dabei die relative Zunahme des mittleren quadratischen Fehlers (MSE = Mean squared Error) wieder und ist ein Maß zur Charakterisierung der Genauigkeit eines Algorithmus [Martin-08]. Dies kann für einen FIR basierten Filter geschätzt werden, anhand der Filterlänge  $N$ , der Eingangsleistung  $P_x$  und dem Konvergenzparameter  $\mu$

$$M = \frac{MSE - MSE_{opt}}{MSE_{opt}} \approx \frac{\mu}{2} \cdot NP_x \quad (65)$$

Die Fehlanpassung ist demnach proportional dem Konvergenzparameter  $\mu$ . Für den Einsatz eines Algorithmus heißt das, dass ein Kompromiss zwischen Konvergenzzeit und Fehlanpassung gefunden werden muss. Eine schnelle Adaption und eine kleine Fehleinstellung schließen sich von vornherein aus. Ursache ist die gegensätzliche Abhängigkeit vom Konvergenzparameter ( $M \sim \mu$  und  $\tau \sim 1/\mu$ ).

## 4.4 Variationen des LMS Algorithmus

In diesem Kapitel wird eine Auswahl aus der Vielzahl der Variationen des LMS-Algorithmus vorgestellt. Sie unterscheiden sich in der Konvergenzzeit, dem Rechenaufwand und den Stabilitätseigenschaften.

### 4.4.1 Normierter LMS Algorithmus

Der LMS Algorithmus erweist sich in der Praxis als robust und deshalb bietet es sich an, durch Vereinfachungen seine Komplexität zu reduzieren. So gibt es zur Optimierung der Konvergenzzeit, ohne dass die optimalen Einstellungen der Filterkoeffizienten darunter leiden, eine wichtige Technik, die als normalized LMS (NLMS) Algorithmus bekannt ist. Dieser kommt zur Anwendung, wenn die Eingangssignalleistung von  $x(n)$  starken Schwankungen unterliegt. Der Algorithmus passt dementsprechend die Schrittweite der momentanen Eingangsleistung an. Die Filterkoeffizienten werden wie folgt berechnet:

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n)x(n)e(n) \quad (66)$$

Hier ist  $\mu(n)$  eine adaptive Schrittweite, die folgendermaßen berechnet wird:

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{N \hat{P}_x(n)} \quad (67)$$

Die Schätzung der Signalleistung von  $x(n)$  zum Zeitpunkt  $n$  wird mit  $\hat{P}_x(n)$  gekennzeichnet,  $N$  ist die Filterlänge und  $\alpha$  ist die normierte Schrittweite, die in folgendem Bereich liegt:

$$0 < \alpha < 2. \quad (68)$$

Eine Methode zur Abschätzung der Leistung des Eingangssignals ist die Verwendung eines beweglichen Rechteckfensters mit dessen Fensterlänge  $M$  (siehe Gl. (69)).

$$\hat{P}_x(n) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x^2(n-m) = \hat{P}_x(n-1) + \frac{x^2(n) - x^2(n-M)}{M} \quad (69)$$

Sofern die Fensterlänge des adaptiven Filters  $N$  gleich der Fensterlänge des Rechteckfensters  $M$  ist, vereinfacht sich Gl. (69) zu

$$\hat{P}_x(n) = \frac{x^T(n)x(n)}{M} \quad (70)$$

Das wiederum ergibt eine Vereinfachung hinsichtlich des Konvergenzparameters zu

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{x^T(n)x(n)} \quad (71)$$

Ist die Leistung des Referenzsignals sehr klein, so wird in der praktischen Umsetzung ein

sogenannter Bias-Parameter anstelle der Eingangsleistung verwendet. Dieser kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Er verhindert somit, dass der Algorithmus zu keinem Ergebnis kommt und gewährleistet die Funktionalität des Algorithmus zu jeder Zeit.

Der Vorteil dieses Algorithmus liegt darin, dass die Komplexität und somit der Rechenaufwand sinken. Das wiederum ermöglicht eine schnellere Anpassung der Filterkoeffizienten an das Optimum und somit wird der Wirkungsgrad des Algorithmus erhöht.

#### 4.4.2 Korrelierter LMS Algorithmus

Dieser Algorithmus passt den Konvergenzparameter anhand der Schätzung der Korrelation des Eingangssignals  $x(n)$  mit dem Fehlersignal  $e(n)$  an. Sobald die Filterkoeffizienten das Optimum  $w^0$  erreicht haben, ist die Korrelation zwischen dem Eingangs- und Fehlersignal gleich Null:

$$R_{xe} = E[x(n)e(n)] = 0 \quad (72)$$

Die Schrittweite wird deshalb proportional zur Schätzung der Korrelation zwischen dem Eingangssignal und dem Fehlersignal  $R_{xe}$  gesetzt. Ist der aktuelle Filterkoeffizient weit vom Optimum entfernt so ist eine große Korrelation zwischen den beiden Signalen vorhanden. Der adaptive Algorithmus wird auf den Status „aktiv“ mit einer relativ großen Schrittweite eingestellt. Nach der Konvergenz des adaptiven Filters an die optimalen Filterkoeffizienten sind das Eingangs- und Fehlersignal nahezu unkorreliert. Der Konvergenzparameter wird nahe Null eingestellt und somit wird der Algorithmus in den Status „schlafen“ versetzt.

Zusammenfassend kann der Algorithmus mit zeitlich variabler Schrittweite folgendermaßen dargestellt werden.

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n)x(n)e(n) \quad (73)$$

$$\mu(n+1) = \alpha R_{xe}(n) \quad (74)$$

$\alpha$  ist ein Skalierungsfaktor (siehe Gl. (68)). Die Wahl dieses Parameters bestimmt die Anpassungsfähigkeit der Filterkoeffizienten an das Optimum und die Konvergenzzeit.

Die Einführung eines zeitlich variablen Konvergenzparameters führt zu einem sehr stabilen adaptiven Algorithmus. Eine starke Störung am Ausgang des adaptiven Filters, die mit dem Referenzsignal unkorreliert ist, wird nur sehr kleine Änderungen der Filterkoeffizienten hervorrufen. Somit ist dieser Algorithmus robuster gegenüber Störungen, wie zum Beispiel das Messrauschen am Systemausgang.

### 4.4.3 Signed LMS Algorithmus

Bei diesem LMS Algorithmus wird die Komplexität auf Kosten der Fehlanpassung und Stabilität deutlich reduziert. Die Gl. (56 b) vereinfacht sich zu folgender allgemeinen Gleichung:

$$w(n+1) = w(n) + \Delta(n) \quad (75)$$

Mittels der Signum-Funktion ( $sgn$ ) werden entweder das Fehlersignal  $e(n)$ , das Referenzsignals  $x(n)$  oder beide Signale geschätzt. Je nachdem welche Signale mit der Signum-Funktion geschätzt werden, bekommt der Algorithmus seinen Namen.

$$sgn[u] \equiv \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} \text{signed-error LMS Algorithmus:} & \quad \Delta_1(n) = \mu \cdot x(n) \cdot sgn[e(n)] \\ \text{signed-data LMS Algorithmus:} & \quad \Delta_2(n) = \mu \cdot sgn[x(n)] \cdot e(n) \\ \text{sign-sign LMS Algorithmus:} & \quad \Delta_3(n) = \mu \cdot sgn[x(n)] \cdot sgn[e(n)] \end{aligned} \quad (77)$$

Der signed-error LMS Algorithmus hat den Vorteil, dass keinerlei Multiplikationen pro Iterationsschritt für die Anpassung der Filterkoeffizienten vonnöten sind. Lediglich eine if-else Entscheidung wird abgefragt.

Keinerlei Multiplikationen benötigt der sign-sign LMS Algorithmus in seiner Umsetzung. Dadurch ist dieser Algorithmus sehr vielversprechend für die kommerzielle Umsetzung und wird in der Übertragungstechnik von Telefon- und Telegraphensignalen genutzt. Jedoch erfordern diese beiden Algorithmen, sofern ein konstanter Konvergenzparameter gewählt wird, einen kleinen Wert für die Schrittweite, damit ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt werden kann (Fehlanpassung gering) und dieser stabil ist.

In Abbildung 34 ist ein Vergleich der drei signed LMS Algorithmen zu dem LMS Algorithmus, mit zwei unterschiedlichen Konvergenzparametern  $\mu$ , dargestellt. Beide Diagramme stellen die Amplitude über der Zeit dar. Sie wurden durch eine Simulation mit MATLAB gewonnen. Der Programmcode ist auf dem beigefügten Datenträger unter 'Algoeuerblick.m' abgelegt. Der Vergleich aus den beiden Diagrammen macht deutlich, dass bei einer zu großen Schrittweite (siehe Abbildung 34 unten) die Fehlanpassung dementsprechend groß ist. Das Fehlersignal oszilliert um das Optimum. Besonders davon betroffen ist der sign-sign LMS Algorithmus. Der signed-error LMS Algorithmus zeigt ebenfalls diese Erscheinung doch ist sie hier nicht so stark ausgeprägt.



Der signed-data LMS Algorithmus zeigt sich bei beiden Konvergenzparametereinstellungen als stabil. Über die Fehlanpassung kann in dem Fall keine Aussage getroffen werden, da das Fehlersignal sein Minimum noch nicht erreicht hat. Doch scheint sie anhand der Diagramme nicht so ausgeprägt zu sein, wie bei den anderen beiden Algorithmen. Der Vergleich der Algorithmen untereinander zeigt die kürzeste Konvergenzzeit bei dem sign-sign LMS Algorithmus. Nach Abbildung 34 oben unterscheiden sich der signed-error und der signed-data LMS Algorithmus in der Konvergenzzeit nicht. Steigt der Konvergenzparameter an, so findet der signed-error LMS Algorithmus schneller das Optimum der Filterkoeffizienten. Der Vergleich der signed Algorithmen zu dem LMS Algorithmus zeigt, dass diese eine kürzere Konvergenzzeit und weniger Rechenaufwand für deren Umsetzung benötigen. Großer Nachteil jedoch ist die Instabilität des Algorithmus und seine Fehlanpassung.

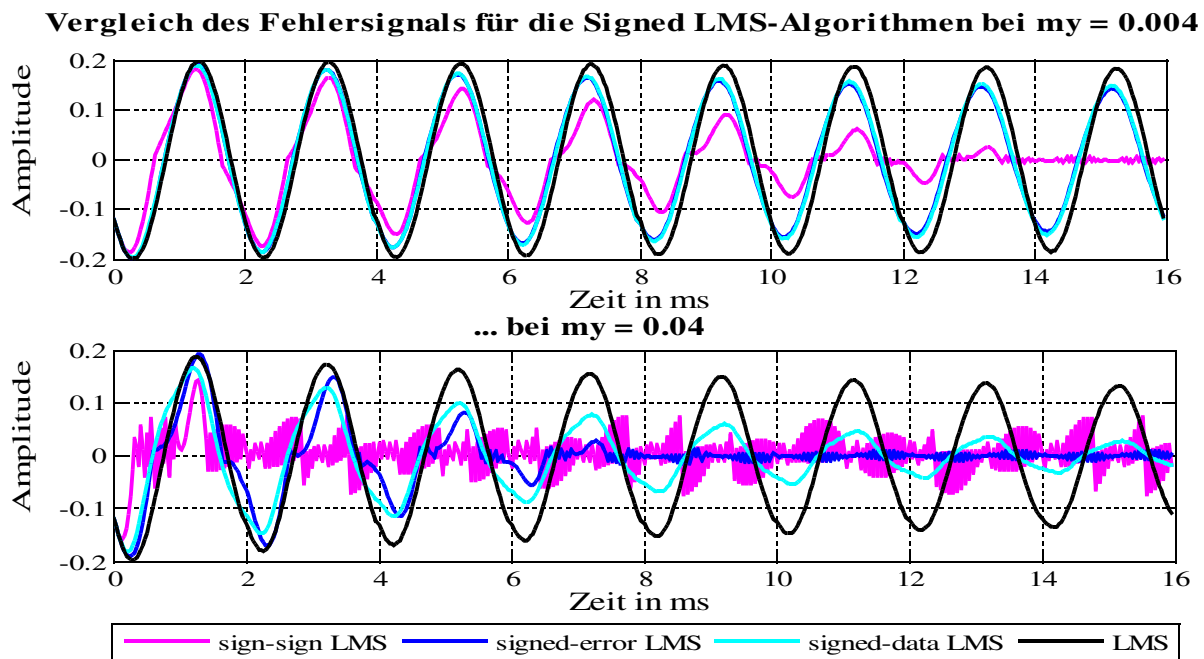


Abbildung 34: Vergleich der Signed Algorithmen mit  $\mu = 0,004/0,04$  bei  $f = 500$  Hz

## 4.5 Filtered-X LMS Algorithmus

Der filtered-X LMS (FXLMS) Algorithmus, siehe Abbildung 35, beachtet einen wichtigen Aspekt der Umsetzung des Antischallsystems. Dieser bezieht anhand des zusätzlichen Filters  $S(z)$  die Sekundärstrecke mit ein, der das Antischallsignal in Betrag und Phase verändert.

Die Sekundärstrecke beinhaltet dabei folgende einzelne Komponenten des realen Antischallsystems und fasst sie in einer Transferfunktion zusammen:

- D/A- Wandler
- Rekonstruktionsfilter
- Verstärker
- Lautsprecher
- den akustische Weg vom Antischalllautsprecher bis zum Fehlermikrofon
- Fehlermikrofon
- Vorverstärker
- Antialiasing-Filter
- A/D-Wandler

Besonders kritisch wirken sich Phasenfehler auf den Regelungserfolg aus. Anhand einer Sekundärstreckenerkennung  $\hat{S}(z)$  kann der Einfluss der Sekundärstrecke herausgerechnet werden. Zu dessen Erstellung wird ebenfalls ein adaptives Filter verwendet. So wird das Störsignal  $x(n)$  gewichtet und danach dem Approximationsalgorithmus zugeführt. Damit ist das angepasste Störsignal  $x'(n)$  in gleicher Weise gewichtet wie das Antischallsignal nach dem Passieren der Sekundärstrecke ( $y'(n)$ ).

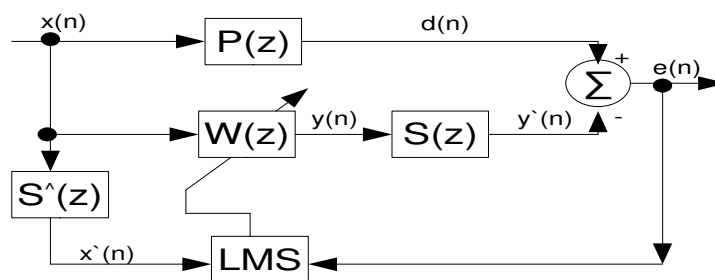


Abbildung 35: Blockdiagramm eines Antischall-Systems mit FXLMS-Algorithmus [Kuo/Morgan-96]

Da das Antischallsignal stets Veränderungen durch die Sekundärstrecke erfährt, kann durch dessen Kompensation der Algorithmus zu einem schnelleren Ergebnis kommen. Für diese Kompensation sind mehrere Varianten möglich. Eine wäre einen Inversen Filter  $\frac{1}{S(z)}$  in Reihe mit  $S(z)$  zu setzen damit sich der Effekt aufhebt. Eine zweite Variante ist, den identischen Filter in den Referenz-Signal-Weg einzubauen, um die Wichtungen des LMS-Algorithmusses vorzunehmen. In Abbildung 35 ist das Blockdiagramm eines Antischallsystems mit FXLMS Algorithmus dargestellt. Aufgrund der Filterung des Referenzsignals  $x(n)$  wird dieser Algorithmus filtered-x LMS (FXLMS) genannt. Der Adaptivfilter minimiert den momentanen quadratischen Fehler mit dem Algorithmus der kleinsten Fehlerquadrate (LMS). Das Fehlersignal  $e(n)$  berechnet sich aus dem gewünschten Signal  $d(n)$  abzüglich des mit der Transferfunktion der Sekundärstrecke gefilterten Antischallsignals

$y'(n)$  zu

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - y'(n) \\ &= d(n) - s(n) * y(n) . \end{aligned} \quad (78)$$

$y'(n)$  lässt sich aus der Faltung der Impulsantwort der Sekundärstrecke  $s(n)$  mit dem Antischallsignal  $y(n)$  ermitteln. Die Filterkoeffizienten  $w(n)$  werden mit Gl. (79) angepasst, wobei  $x'(n)$  aus der Faltung des Referenzsignals  $x(n)$  mit der Impulsantwort der näherungsweisen Transferfunktion der Sekundärstrecke  $\hat{s}(n)$  gebildet wird.

$$w(n+1) = w(n) - \mu x'(n) e(n) \quad (79)$$

$$x'(n) = \hat{s}(n) * x(n) \quad (80)$$

Die maximal zu verwendende Schrittweite in einem FXLMS Algorithmus ist gegeben durch

$$\mu_{\max} = \frac{1}{P_{x'}(N + \Delta)} . \quad (81)$$

Darin ist  $P_{x'} = E[x'^2(n)]$  die Leistung des gefilterten Referenzsignals  $x'(n)$ ,  $N$  die Anzahl der Filterkoeffizienten und  $\Delta$  entspricht der Anzahl der Abtastwerte, die als Gesamtverzögerung durch die Sekundärstrecke entstehen.

Sofern keine inverse Transfermatrix zu  $S(z)$  existiert, ist der FXLMS Algorithmus der effektivste Ansatz. Dabei hängt die Effektivität des Antischallsystems stark von der Genauigkeit der Transferfunktion des Sekundärzweiges ab. Ein Hauptvorteil dieses Ansatzes ist, dass mit einem guten Modell der Anlage, das System sofort auf Veränderungen des Eingangssignals reagieren kann.

Zur Modellierung der Sekundärstrecke gibt es 2 Methoden. Die *off-line* und die *on-line* Methode. Die **on-line Methode** nimmt die Übertragungsfunktion, während der Algorithmus arbeitet, auf und modelliert in regelmäßigen Abständen die Sekundärstrecke neu. Diese Methode ist flexibel und passt sich den äußeren Umständen an. Aber der Algorithmus für die Umsetzung des Antischallsystems wird somit auch komplexer. Bei der **off-line Methode** wird die Übertragungsfunktion vor der Anwendung des Antischall-Algorithmus mit Abwesenheit des Störsignals bestimmt und daraus die Sekundärstrecke modelliert. Während der gesamten Anwendungszeit wird diese benutzt. Änderungen des Übertragungsverhaltens während der Anwendung können nicht korrigiert werden. Das führt zu einer Verschlechterung der Lärmkompensation, sobald sich die Verhältnisse ändern. Da diese Methode nicht so rechenintensiv ist und jede zusätzliche Rechenoperation den Prozess verlangsamt, wurde in dieser Arbeit die off-line Methode bevorzugt.

Im Allgemeinen ist der filtered-X LMS Algorithmus schneller und genauer in der Anpassung des Antischallsignals  $y(n)$  an das Störsignal  $x(n)$  im Vergleich zum herkömmlichen LMS Algorithmus. Begründet ist das darin, dass die Sekundärtransferfunktion in diesem Algorithmus Beachtung findet und somit dem tatsächlich vorhandenen System von Anfang an Rechnung getragen wird. Dies vermindert die benötigte Zeit für die Filter-Koeffizientenanpassung. Das Nachführverhalten des FXLMS-Algorithmus ist durch die Integration der Sekundärstrecke sehr gut.

### **Leaky-FXLMS-Algorithmus**

Der filtered-X LMS Algorithmus stößt an seine Grenzen sofern der Störgeräuschpegel sehr hoch ist und zusätzlich Resonanzen bei tiefen Frequenzen auftreten, da zur Schallfeldkompensation große Schallleistungen seitens des Antischalllautsprechers ausgegeben werden müssen. Das führt zu nichtlinearen Verzerrungen und einem Übersteuern der Antischallquelle. Zur Lösung dieses Problems kann entweder der Antischalllautsprecher in seiner Ausgabe der Schallleistung beschränkt werden oder die Koeffizienten des adaptiven Filters werden begrenzt. Die Beschränkung der Filterkoeffizienten wird realisiert indem die Kostenfunktion modifiziert wird zu:

$$\hat{\xi}(n) = e^2(n) + \gamma w^T(n)w(n) \quad (82)$$

Darin gibt  $\gamma$  die Wichtung für den Kontrollaufwand an. Die neuen Filterkoeffizienten werden dann wie folgt angepasst:

$$w(n+1) = \nu w(n) + \mu x'(n)e(n) \quad (83)$$

$\nu$  ist der Leakagefaktor, der bei der Neuberechnung der Filterkoeffizienten einen gewissen Anteil der letzten Filterkoeffizienten in Vergessenheit geraten lässt, wodurch die Verfahrensstabilität bei der Regelung tonaler Komponenten entscheidend verbessert wird. Die Instabilitäten, bedingt durch zu viele Filterkoeffizienten  $w(n)$  zur Abbildung eines Systems, können somit vermieden werden [Kuo/Morgan-96]. Der Leakagefaktor berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \nu &= 1 - \mu \gamma \\ \text{mit } 0 < \nu &\leq 1. \end{aligned} \quad (84)$$

Entspricht der Leakagefaktor dem Zahlenwert 1, so geht der leaky-FXLMS-Algorithmus in den filtered-X LMS Algorithmus über.

Nachteil dieses Algorithmus ist die steigende Komplexität der Anpassungsgleichung durch die Gewichtungsfaktoren. Vorteil hingegen ist die Garantie einer eindeutigen Lösung und der beachtliche Stabilisierungseffekt des adaptiven Algorithmus.

## 4.6 Delayed LMS Algorithmus

Sofern die Transferfunktion der Sekundärstrecke einem reinem Verzögerungsglied  $\Delta$  (engl.: delay) entspricht, kann der FXLMS-Algorithmus vereinfacht werden zu:

$$w(n+1) = w(n) - \mu x(n-\Delta) e'(n) \quad (85)$$

$$e'(n) = d(n-\Delta) - w^T(n-\Delta) x(n-\Delta) \quad (86)$$

Dieser Algorithmus wird als delayed LMS oder auch DLMS-Algorithmus bezeichnet. Das sogenannte delayed Fehlersignal  $e'(n)$  berechnet sich nach Gl. (86). Dieser Algorithmus wurde von Widrow 1971 vorgeschlagen und wird vorwiegend in der Telekommunikationstechnik verwendet.

Der Konvergenzparameter sollte sich in folgenden Grenzen, für z.B. weißes Rauschen, bewegen:

$$0 < \mu < \frac{2}{P_x(N+2+2\Delta)} \quad (87)$$

Die Stabilitätsgrenze ist nach Gl. (87) abhängig von der Leistung des Eingangssignals  $P_x = E[x^2(n)]$ , den adaptiven Filterkoeffizienten  $N$  und der Zahl der Abtastwerte  $\Delta$ , die der Gesamtverzögerungszeit durch die Sekundärstrecke entsprechen. Die Bemühungen sollten grundsätzlich darauf gerichtet sein, dass der Delay  $\Delta$  möglichst klein ist, indem der Abstand zwischen Fehlermikrofon und Antischalllautsprecher verkleinert und die Verzögerung der elektrischen Komponenten verringert wird. Wenn eine geringe Verzögerung erreichbar ist, kann eine große Schrittweite gewählt werden. Dies begünstigt die Schnelligkeit der Anpassung der Filterkoeffizienten und führt zu einem schnelleren Ergebnis. Der Algorithmus wird hingegen instabil, wenn der Konvergenzparameter  $\mu$  und der Delay  $\Delta$  einen großen Wert annehmen.

## 4.7 Akustisches Feedback

In Abbildung 36 ist das Prinzip der akustischen Feedbackkompensation anhand eines filtered-X LMS Algorithmus dargestellt. Allgemein ist bei der akustischen Umsetzung eines Antischallalgorithmus darauf zu achten, dass der Aspekt der allseitigen Wellenausbreitung nicht vernachlässigt wird. Ganz konkret bedeutet das, dass der Schalldruck des Antischallsignal sich nicht nur stromabwärts, sondern auch stromaufwärts innerhalb des Kanals fortbewegt. Durch den Einbau eines zusätzlichen Filters  $F(z)$  in den Algorithmus kann dem Rechnung getragen werden. Dieser bezieht die Übertragungsfunktionen folgender Elemente der analoger Ebene mit ein: D/A-Wandler,

Glättungsfilter, Verstärker, Antischalllautsprecher (LS), akustischer Weg vom LS zum Referenzmikrofon, Vorverstärker, Antialiasingfilter, sowie den A/D-Wandler. Nach Abzug des gefilterten Antischallsignals mittels  $F(z)$  von dem Signaleingangsgemisch  $u(n)$ , bleibt das Referenzsignal  $x(n)$  übrig und steht für den Algorithmus der Koeffizientenanpassung zur Verfügung.

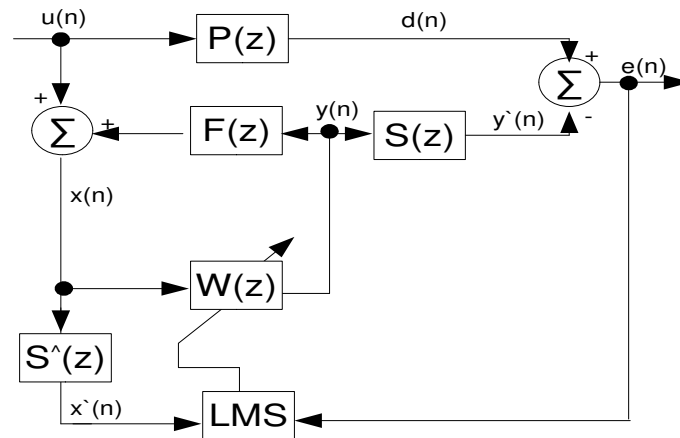


Abbildung 36: Blockdiagramm eines Antischall-Systems mit akustischen Feedback, nach [Kuo/Morgan-96]

Mit dem extra Filter kann vermieden werden, dass das Referenzsignal für den Algorithmus aus einer Summation von „neuen“ Störsignal und „alten“ Antischallsignal in den Algorithmus einfließt. Somit wird ein oszillierendes Fehlersignal verhindert und die Chancen auf eine stetig große Pegelminderung steigen.

## 4.8 Filtered E-LMS Algorithmus

Das Ziel der aktiven Lärmbekämpfung ist es das gesamte Schallfeld zu dämpfen. In manchen Anwendungsfeldern, z.B. in der Automobilindustrie, ist aber ein spezielles Fehlersignal  $e(n)$  gewollt. Die Filterung des Fehlersignals  $e(n)$  und dessen Beeinflussung im Frequenzbereich kann mittels dem filtered E-LMS Algorithmus realisiert werden. Die Struktur des filtered-E LMS Algorithmus ist in Abbildung 37 dargestellt.

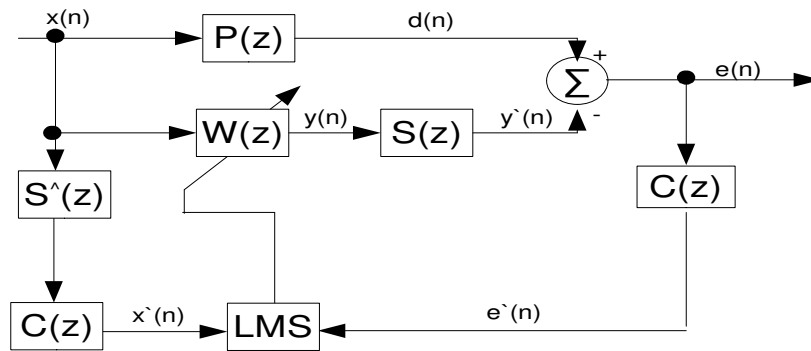


Abbildung 37: Blockdiagramm des filtered-E LMS Algorithmus [Kuo/Morgan-96]

Das Fehlersignal wird im Frequenzbereich mit einer formgebenden Funktion  $C(z)$  gefiltert, bevor es zur Anpassung der Filterkoeffizienten in den Algorithmus eingeht. Das gefilterte Fehlersignal  $e'(n)$  ergibt sich aus der Faltung des Fehlersignals am Fehlermikrofon aufgenommen mit der Impulsantwort von  $C(z)$ .

$$e'(n) = c(n) * e(n) \quad (88)$$

$C(z)$  wird so gewählt, dass es der Inversen des gewünschten Restsignalspektrums entspricht. Dieses Filter wird ebenso in den Referenzsignalweg eingebaut. Die Formel für die Koeffizientenanpassung des adaptiven Filters lautet somit:

$$w(n+1) = w(n) + \mu x'(n) e'(n) \quad (89)$$

mit dem Referenzsignal

$$x'(n) = c(n) * \hat{s}(n) * x(n) \quad (90)$$

Dieser Algorithmus nutzt also anstelle des gemessenen Fehlersignals vom Fehlermikrofon das gefilterte Fehlersignal zur Anpassung der neuen Filterkoeffizienten.

## 4.9 RLS-Algorithmus

Der recursive-least-squares (RLS) Algorithmus wird in den meisten Fällen mit einem adaptiven Transversalfilter umgesetzt. Im Gegensatz zum LMS Algorithmus führt der RLS Algorithmus zu einer schnelleren Konvergenz und zu einem geringeren Restsignal. Theoretisch erreicht der mittlere quadratische Fehler den kleinstmöglichen Wert. Erreicht wird das durch die Integration der Inversen Korrelationsmatrix  $R_{xx}^{-1}$ , die zur Lösung des kleinsten Fehlers die Richtungsinformation des

Vektors zur Anpassung der Koeffizienten enthält. Da die Bestimmung der Autokorrelationsmatrix  $R_{xx}$  aus dem Referenzsignal und die anschließende Inversion der Matrix sehr lange dauert, wird in der Praxis die Inverse Korrelationsmatrix  $R_{xx}^{-1}$  geschätzt. Dies erfolgt in einem iterativen Verfahren, um eine schrittweise Anpassung der Koeffizienten an die Dynamik des Prozesses zu gewährleisten. Die dadurch entstehende gute Performance äußert sich jedoch trotzdem in einer steigenden Komplexität des Algorithmus und somit auch einer größeren benötigten Rechnerleistung.

Die Berechnungsvorschrift des RLS Algorithmus ist in den Gleichungen (91) bis (95) zusammengefasst und in Abbildung 38 dargestellt. Das Fehlersignal berechnet sich aus dem vorgegebenen Vergleichssignal  $d(n)$  und der Multiplikation der Filterkoeffizienten  $w(n)$  mit dem Referenzsignal  $x(n)$  (siehe Gl. (91)).

$$e(n) = d(n) - w^T(n)x(n) \quad (91)$$

Die Anpassung der Filterkoeffizienten erfolgt bei diesem Algorithmus, wie auch beim LMS Algorithmus, schrittweise. Mit Gl. (92) kann der Koeffizientenvektor  $w(n+1)$ , aus dessen Vorgänger plus der Multiplikation des Fehlersignals  $e(n)$  mit der Kalman-Verstärkung  $k(n)$ , berechnet werden. Die Kalman-Verstärkung berechnet sich nach Gl. (93) mit dem Substituent aus Gl. (94).

$$w(n+1) = w(n) + k(n)e(n) \quad (92)$$

$$k(n) = \frac{z(n)}{x^T(n)z(n) + 1} \quad (93)$$

mit 
$$z(n) = \lambda^{-1} R_{xx}^{-1}(n-1)x(n) \quad (94)$$

$\lambda^{-1}$  ist die Inverse des Abklingfaktor, oder Vergessens- (Wichtungs-) Faktor (engl.: forgetting factor), der die neuen Daten stärker wichtet, um den transienten Signalen Rechnung zu tragen. Er kontrolliert außerdem das Gleichgewicht zwischen der Konvergenzzeit und der Fehleinstellung des RLS-Algorithmus, das zu keinem Ergebnis führen würde. Der Wertebereich von  $\lambda$  bewegt sich im Bereich  $0 \leq \lambda < 1$ . Die Schätzung der neuen inversen Korrelationsmatrix berechnet sich zu

$$R_{xx}^{-1}(n) = \lambda^{-1} R_{xx}^{-1}(n-1) - k(n)z^T(n) \quad (95)$$

Für den Beginn des iterativen Adaptionalgorithmus müssen Startwerte für  $\mu$ ,  $\lambda$  und  $R_{xx}^{-1}$  festgesetzt werden.



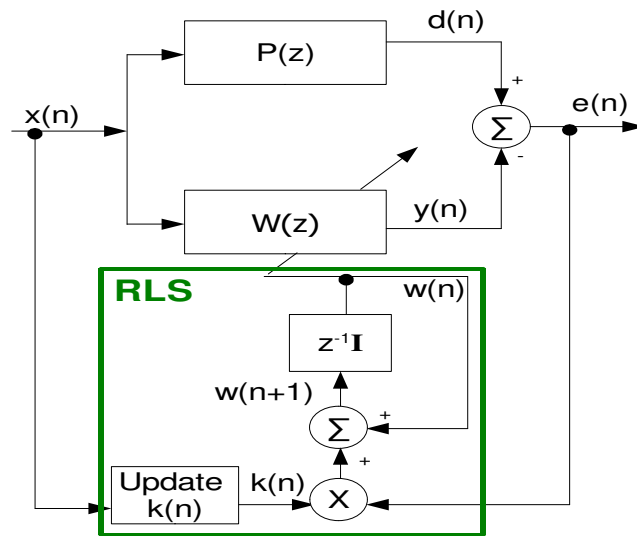


Abbildung 38: Blockdiagramm eines RLS Algorithmus, nach [Kuo/Morgan-96]

### Nachführverhalten

Die Fähigkeit des RLS Algorithmus auf Änderungen zu reagieren, hängt von dem Vergessensfaktor  $\lambda$  ab. Im Allgemeinen weist der RLS Algorithmus ein sehr gutes Nachführverhalten auf, sofern der Vergessensfaktor im Bereich von  $0,95 < \lambda < 1$  gewählt wird. Kleinere Werte können, besonders bei nicht stationärer Umgebung, zu Stabilitätsproblemen bei der Adaption führen.

### Fehleinstellung

Die Fehleinstellung  $M$  des RLS Algorithmus ist direkt proportional zum Vergessensfaktor  $\lambda$  und zur

$$\text{Filterlänge } N: \quad M_{RLS} = \frac{1-\lambda}{2} \cdot N \quad . \quad (96)$$

Das heißt, dass die Fehlanpassung mit  $\lambda = 1$  gegen Null geht. Diese Einstellung des Vergessensfaktors bedeutet jedoch, dass der Algorithmus kein Nachführverhalten mehr aufweisen würde. Deshalb wird zugunsten des Nachführverhaltens die Tatsache hingenommen, dass die Fehlanpassung größer Null ist.

### Rechenaufwand

Der RLS Algorithmus benötigt ca.  $2N^2 + 4N$  Multiplikationen ( $N$  = Filterlänge) nach [Kuo/Morgan-96] S. 261. Dieser kann aber, unter der Verwendung von schnellen Transversalfilter Algorithmen, auf  $7N$  Multiplikationen reduziert werden. Großer Nachteil des RLS Algorithmus ist seine numerische Instabilität, sofern er auf einem Festkomma Digital Signal Prozessor (DSP)

implementiert wird. Diese Instabilität tritt bei dem LMS Algorithmus nicht auf.

### **Variation des RLS Algorithmus**

Der RLS Algorithmus kann genauso mit der Integration der Sekundärstrecke erweitert werden wie der LMS Algorithmus. Dieser Algorithmus wird, analog zu Kapitel 4.5 , **filtered-X RLS** (FXRLS) Algorithmus genannt. Abbildung 38 ändert sich in dem Falle nur dahingehend, dass die Sekundärstrecke  $S(z)$  und die Schätzung der Sekundärstrecke  $\hat{S}(z)$  integriert wird und somit die gewichteten Eingangs-  $(x'(n))$  und Ausgangssignale  $(y'(n))$ , sowie ein gewichteter Verstärkungsfaktor  $k'(n)$  zur Koeffizientenanpassung genutzt werden.

## **4.10 Vergleich der Algorithmen**

In MATLAB wurden Simulationen von verschiedenen Algorithmen durchgeführt, die Abbildung 39 veranschaulicht. Abbildung 39 stellt den Schalldruckverlauf der Algorithmen über der Zeit dar für zwei verschiedene Konvergenzparameter bzw. Vergessensfaktoren. Der dazugehörigen Programmcode ist im Anhang, Anlage 7 abgedruckt und auf dem beigefügten Datenträger unter 'Algoeueberblick' abgelegt. Aus diesem Diagramm ist die Konvergenzzeit in Abhängigkeit des Konvergenzparameters  $\mu$  bzw. des Vergessensfaktors  $\lambda$  ablesbar. Der Vergleich bezieht sich hier auf den herkömmlichen LMS ,den signed-data LMS, den normalized LMS und den RLS Algorithmus. Der filtered-X LMS Algorithmus wurde in diese Simulation nicht integriert, da er noch zusätzlich zum Konvergenzparameter von der Schätzung der Sekundärstrecke abhängt. Ist diese gleich der Sekundärstrecke, so ist das Fehlersignal von Anfang an minimal.

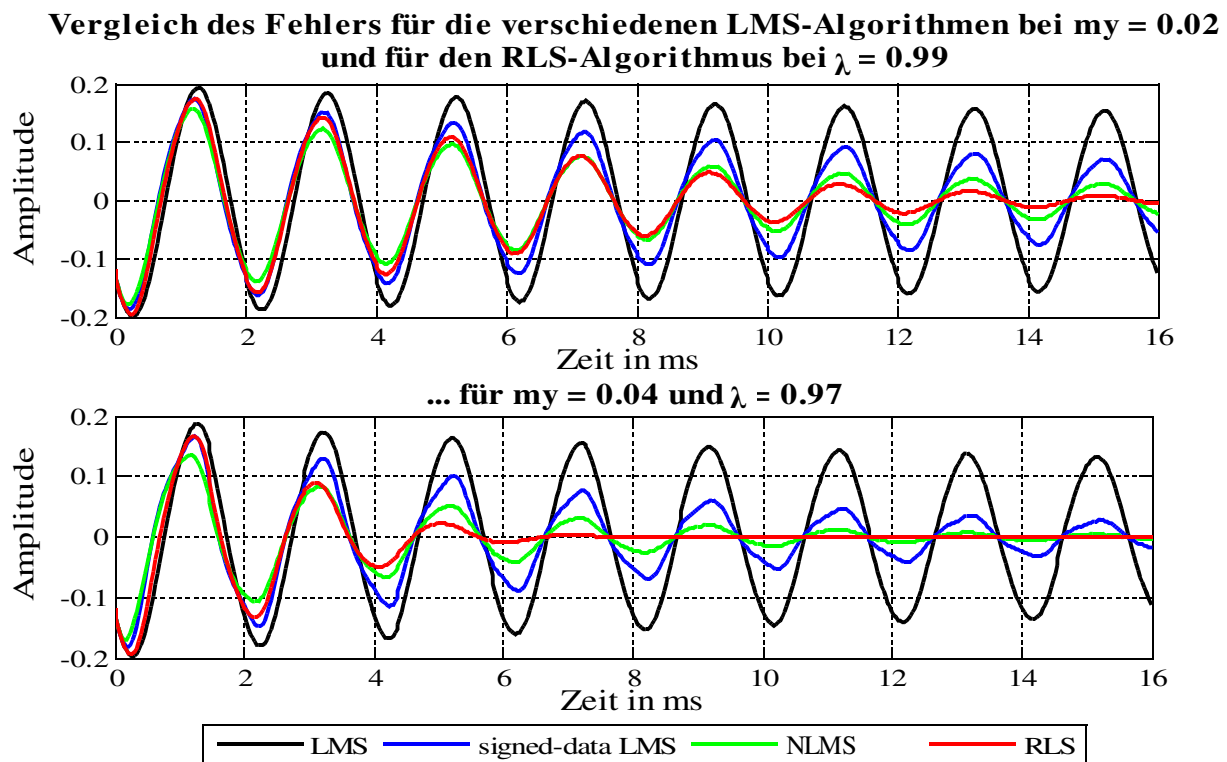


Abbildung 39: Vergleich der Algorithmen für  $\mu = 0,02/0,04$  und  $\lambda = 0,99/0,97$  bei  $f = 500$  Hz

Die Konvergenzzeit des LMS Algorithmus ist von allen hier verglichenen die langsamste. Schneller ist der signed-data LMS Algorithmus, gefolgt von dem normalised LMS Algorithmus mit einem Bias-Parameter von 0,01. Die Anpassung der Filterkoeffizienten an das Optimum  $w^0$  erfolgte am schnellsten mit dem RLS Algorithmus. In Tabelle 3 ist die Pegelminderung  $\Delta L$  (Berechnung siehe Gl. (97)) der vier Algorithmen aus Abbildung 39 für zwei Zeiten aufgelistet. Auch hier spiegelt sich die Abhängigkeit von dem gewählten Konvergenzparameter wieder.

$$\Delta L = 20 \lg \frac{\hat{p}_{mit}}{\hat{p}_{ohne}} \quad \text{dB} \quad (97)$$

$\hat{p}_{mit}$  - Schalldruckamplitude mit aktiver Schallunterdrückung

$\hat{p}_{ohne}$  - Schalldruckamplitude ohne aktiver Schallunterdrückung

**Tabelle 3:** Erreichte Pegelminderung nach 5 ms und 9 ms für die Algorithmen

	Pegelminderung $\Delta L$ [dB]							
	LMS		signed data LMS		normalized LMS		RLS	
Zeit [ms]	$\mu = 0,02$	$\mu = 0,04$	$\mu = 0,02$	$\mu = 0,04$	$\mu = 0,02$	$\mu = 0,04$	$\lambda = 0,99$	$\lambda = 0,97$
5	-1,1	-1,93	-3,54	-6	-6,9	-12	-5,3	-20
9	-1,7	-2,5	-5,8	-10,6	-10,6	-20,4	-12,6	-54

Die Stärken und Schwächen der Algorithmen werden zusammenfassend in der nachfolgenden Tabelle (Tabelle 4) aufgelistet. Die farbliche Hinterlegung der Tabelle kennzeichnet die Aussage der Eigenschaften nach dem „Ampelprinzip“ (grün = gut, rot = schlecht).

**Tabelle 4:** Vergleich der beschriebenen Algorithmen

Algorithmus	LMS	Normierter LMS	Korrelierter LMS	Signed LMS	FXLMS	Leaky-FXLMS	RLS
Eigenschaft							
Konvergenzzeit	am langsamsten	schnell	schnell	langsam	Schnell, je nach $\hat{S}(z)$	schnell, je nach $\hat{S}(z)$	sehr schnell
Konvergenzparameter	fest	je nach $P_{xx}$	adaptiv	fest	fest	fest	fest
Fehlanpassung	gering	groß	sehr gering	groß	sehr gering	groß	sehr gering
Nachführverhalten	gut	gut	sehr gut	gut	sehr gut	sehr gut	sehr gut
Rechenaufwand	mittel	gering	mittel-hoch	am geringsten	mittel-hoch	hoch	sehr hoch
Stabilität	stabil	stabil	stabil	schnell instabil	stabil	stabil	schnell instabil

Um die Auswahl eines geeigneten Algorithmus für das jeweilige Anwendungsgebiet zu ermöglichen, müssen die aufgeführten Eigenschaften gewichtet werden. Die Konvergenzzeit hat nur einen subjektiven Einfluss auf die Bewertung des Algorithmus, da sie die Zeit bestimmt, die der Algorithmus benötigt bis er die optimalen Filterkoeffizienten angepasst hat. Diese Zeit wird vom Anwender nur kurz nach dem Einschalten des Antischallsystems wahrgenommen. Vielmehr interessiert die maximal mögliche Pegelminderung, die mit der Eigenschaft der Fehlanpassung ausgedrückt wird. Schwankt der Filterkoeffizient um das Optimum, so ist eine geringere Pegelminderung die Folge. Direkten Einfluss auf die Fehlanpassung hat die Einstellung des Konvergenzparameters. Auch das Nachführverhalten, die Reaktion des Algorithmus auf zeitliche Änderungen der Umgebung, spielt eine wichtige Rolle und ist vom Konvergenzparameter abhängig. Als besonders wichtig einzustufende Eigenschaft ist die Stabilität zu nennen, sowie der für die Umsetzung benötigte Rechenaufwand.

Demnach sind die beiden besten Algorithmen der korrelierte LMS und der filtered-X-LMS Algorithmus. Beide sind stabil und weisen sehr gute Eigenschaften in der Fehlanpassung und dem Nachführverhalten auf. Der Rechenaufwand bewegt sich im Bereich mittel bis hoch. Beim korrelierten LMS Algorithmus ist für jeden Abtastwert die Korrelation zusätzlich zu bilden und beim FXLMS Algorithmus ist die Sekundärstrecke zu bestimmen. Je nach Methode, ob online oder offline, erhöht oder vermindert sich der Rechenaufwand. Eine zusätzliche positive Eigenschaft hat der korrelierte LMS Algorithmus mit der adaptiven Schrittweite, die den Konvergenzparameter je nach Bedarf einstellt.

Der RLS Algorithmus weist sehr positive Eigenschaften im Nachführverhalten und in der Fehlanpassung auf. Das Ausscheidkriterium ist aber die schnelle Instabilität, besonders bei nicht stationärer Umgebung, und der benötigte Rechenaufwand, der sehr groß ist.

Für die Umsetzung des Antischallalgorithmus wird die Verwendung einer DSP- (engl.: digital signal processor) oder FPGA- (engl.: Field Programmable Gate Array) Applikation empfohlen. Im Gegensatz zu einem PC mit Betriebssystem ist so eine echtzeitfähige Behandlung aller erforderlichen Komponenten bzw. Aufgaben gegeben. Dies kommt auch dem späteren Design wesentlich näher.

## **5 Fireface 800 für den Einsatz in Antischallsystemen**

In diesem Kapitel soll eine Aussage getroffen werden, ob der AD/DA-Wandler Fireface 800 für eine Anwendung in Antischallsystemen einsetzbar ist.

### **Eigenschaften des Fireface 800**

Wie in Kapitel 3.7.4 Klirrfaktor erwähnt weist das Fireface 800 einen hervorragenden Klirrfaktor von  $k < 0,007 \%$  auf und es deckt den zu betrachtenden Frequenzbereich ab. Für komplexere Antischallanwendungen, z.B. im dreidimensionalen Raum, ist es eine zwingende Grundvoraussetzung, dass mehrere Ein- und Ausgangskanäle erfasst werden können. Diese Bedingung erfüllt das Fireface 800 mit seinen 16 Kanälen. Die maximal mögliche Abtastfrequenz, die einstellbar ist, beträgt 48.000 Hz ( $\pm 0,1 \%$ ). Diese erfüllt bei weitem das Abtasttheorem für die interessierenden Frequenzen. Nachteilig sind die mitunter vorkommenden Sampleaussetzer bei der Aufnahme oder Datenübertragung. Das erschwert die Signalnachbildung, vor allem bei hohen Frequenzen mit ihren kürzeren Wellenlängen. Die Puffergröße des Fireface 800 lässt sich variabel einstellen. Die kleinste Puffergröße umfasst 48 Samples. Der DA-Wandler benötigt jedoch für eine kontinuierliche Signalausgabe eine Puffergröße von 64 Samples. Diese Puffergröße ist für die Anwendung der schnellen Fouriertransformation auch günstig, da sie einer Potenz von zwei entspricht. Der Wandler benötigt zusätzlich noch 42 Samples für die Wandlung der Signale. Ein Nachteil des Fireface ist seine Gebundenheit an einen PC mit Betriebssystem. Die Datenübertragung ist somit zusätzlich von diesem abhängig.

### **Zeitkriterium**

Das Fireface 800 benötigt für die Wandlungsprozesse 106 Samples. Das entspricht einer Zeit von **2,2 ms** bei einer Abtastung von 48 kHz. Wird mit geringerer Abtastfrequenz gearbeitet, so erhöht sich die Latenzzeit. Um dem Leser ein Gefühl für diese Zeitdauer zu geben, wird der Versuchsstand der Diplomarbeit mit dessen Zeitkriterium näher erläutert.

In diesem steht für die Aufnahme des Störsignals bis zur Ausgabe des Antischallsignals eine Zeit von 1,67 ms zur Verfügung. Das ist bedingt durch die vorgegebenen Abmessungen des Kundtschen Rohres mit dessen Mikrofon- und Lautsprecherpositionen (Abstand: 0,575 m, siehe Abbildung 5). Das heißt, dass innerhalb dieser Zeit die Analog-Digital- und Digital-Analog Wandlung, sowie die Prozessbearbeitung des Antischallalgorithmus gewährleistet sein muss.

Damit für die Aufnahme des Störsignals und Generierung des Antischallsignals mehr Zeit zur Verfügung steht, kann der Abstand zwischen Referenzmikrofon und Antischalllautsprecher vergrößert werden. Allein um die Signalaufnahme und -ausgabe zu gewährleisten wird ein Abstand von  $l = 0,755 \text{ m}$  benötigt. Da aber innerhalb dieses Abstandes keinerlei Zeit für die Prozessbearbeitung bleibt, müsste der Abstand noch um eine entsprechenden Wegstrecke vergrößert werden. Dabei ist aber Achtung geboten, denn durch äußere Einflüsse und andere Schallquellen kann das Störsignal am Antischalllautsprecher anders sein, als am Referenzmikrofon. In diesem Fall ist das Antischallsystem in seiner Effizienz geschmälert oder funktioniert nicht mehr. Ein zu großer Abstand ist demnach zu vermeiden.

### **Schlussfolgerung**

Ist das Ziel der aktiven Lärmbekämpfung die Schallfeldkompensation zeitlich veränderlicher, nicht periodischer Signale, so ist das Fireface 800 dafür nicht geeignet, da es für die Signalaufnahme und -ausgabe zu viel Zeit benötigt. Für den vereinfachten Anwendungsfall der Bekämpfung periodischer Signale, kann das Fireface zum Einsatz kommen. In diesem Fall muss das Antischallsignal um eine (oder mehrere) Periode(n) später versetzt eingeklingt werden.

Das Interesse des Marktes geht jedoch weg von dem zweidimensionalen Anwendungsfall mit periodisch gleich bleibendem Störsignal, hin zu dem komplexen dreidimensionalen Aufbau mit transientem Störsignal.

### **Alternative**

Alternativ kann ein autonomes Fireface 800 mit integrierter Software zur Verarbeitung des Antischallalgorithmus entwickelt werden, welches Abtastwert für Abtastwert verarbeitet und den Antischallalgorithmus schnellstmöglich umsetzt.

## **6 Zusammenfassung und Ausblick**

Das Ziel dieser Arbeit ist es gewesen, die grundlegende Funktionsweise von Antischallsystemen im zweidimensionalen Raum am bestehenden Versuchsstand und der Algorithmen zur Umsetzung zu untersuchen.

Die Beschreibung der Schallausbreitung innerhalb des akustischen Wellenleiters, konnte mit MATLAB realisiert werden und kann für weiterführende Berechnungen, z.B. zur Integration in einen LMS Algorithmus, verwendet werden.

Anhand von messtechnischen Untersuchungen konnte festgestellt werden, dass im bestehenden Versuchsstand Pegelminderungen bis - 35 dB möglich waren. Auch die Abhängigkeit der maximal möglichen Pegelminderung vom absoluten Phasenfehler und vom relativen Amplitudenfehler konnte aufgezeigt werden.

Die Zusammenstellung und Bewertung der Algorithmen zeigt, dass der korrelierte LMS und der filtered-X LMS Algorithmus die beste Wahl der vorgestellten Algorithmen darstellt. Um diese praktisch umzusetzen, wird die Verwendung eines Digitalen Signalprozessors empfohlen.

Bei den Untersuchungen auf Eignung des Fireface 800 für die Anwendung in einem Antischallsystem konnte allein an der benötigten Wandlerzeit von 2,2 ms festgestellt werden, dass es für transiente Signale, in seiner derzeitigen Applikation, nicht geeignet ist. Eine Alternative wäre die Entwicklung eines autonomen Fireface mit integriertem DSP zur Umsetzung des Antischallalgorithmus. Für periodische Signale kann das Fireface 800 zur Anwendung kommen.



# **Anhang**

	<b><u>Seite</u></b>
<b><u>Anlage 1:</u></b> Verwendete Messgeräte und deren Eigenschaften	A
<b><u>Anlage 2:</u></b> Programmcode zur Berechnung und Darstellung des akustischen Wellenleiters und des Reflexionsfaktors	B
<b><u>Anlage 3:</u></b> Darstellung der Pegelminderung größer -20 dB in Farbe	D
<b><u>Anlage 4:</u></b> Wertetabelle der Schalldruckpegelminderung in Abhängigkeit vom absoluten Phasenfehler	E
<b><u>Anlage 5:</u></b> Wertetabelle der Schalldruckpegelminderung in Abhängigkeit vom relativen Amplitudenfehler	F
<b><u>Anlage 6:</u></b> Programmcode zur Simulation eines LMS Algorithmus	G
<b><u>Anlage 7:</u></b> Programmcode: 'Algoeueberblick.m'	H



## **Anlage 1: Verwendete Messgeräte und deren Eigenschaften**

- Schallpegelmesser Cirrus CR:274
- Primäre Schallquelle: Super Tech CSI – 606
  - Impedanz: 4 Ohm
  - Frequenzgang: 60 – 20.000 Hz
- Sekundäre Schallquelle: Speziallautsprecher mit Resonanzgehäuse
  - technische Angaben von Seiten des Herstellers nicht bekannt
- Verstärker Mc Crypt PA 3000
  - Eingangsimpedanz: 10 kOhm
  - Frequenzgang: 10 – 30.000 Hz
  - Klirrfaktor: 0,05 %
  - S/N-Ratio: 99 dB
- Fireface 800
  - 8 Puffergrößen/Latenzzeiten wählbar
  - 8 Kanäle 96 kHz / 24 Bit Record/Playback über ADAT optical
  - AD, Line In 1-8
    - Frequenzgang: @ 44,1 kHz: 5 – 20.600 Hz
    - Klirrfaktor: < 0,00063 %
    - S/N-Ratio: 110 dB RMS unbewertet, 113 dB(A)
  - DA, Line Out 1-8
    - Frequenzgang: @ 44,1 kHz: 1 – 20.100 Hz
    - Klirrfaktor: < 0,0007 %
    - S/N-Ratio: 119 dB(A) @ 44,1 kHz
- 2 Mikrofonkapseln

## Anlage 2: Programmcode zur Berechnung und Darstellung des akustischen Wellenleiters und des Reflexionsfaktors

```

%% -----akustischer Wellenleiter-----
clear all; clc;
%% Variablendeklaration
Fs=44100; %Abtastfrequenz in Hz
n=1024; %Sampels = Abtastpunkte
dT=1/Fs; %Abtastzeit in s
t=(0:n-1)*dT; %Zeitvektor
c=343; %Schallgeschwindigkeit
l= 2.11; %Gesamte Länge des Versuchsrohres = 2.11 m
d=81*10^(-3); %Rohrdurchmesser (Versuchsstand)
S=pi/4*(d^2); %Querschnittsfläche des Rohres
fol=c/l*5; %Frequenz in Hz
trohr=l/c;%Zeit, die für den Durchlauf durch das gesamte Rohr benötigt wird
tl=(trohr*linspace(0,1,n)); %Vektor von 0-trohr mit n-Elementen
fig=0;

%% Signal zum Zeitpunkt to für Rohrlänge l
xl= 1*cos(2*pi*fol*tl);

%% Fouriertransformation des Signals xl
NFFT = pow2(nextpow2(length(xl))); % Next power of 2 from length of xl
%FFT von xl normiert auf die Länge des Zeitvektors
Xl=fft(xl,NFFT)/(length(xl));
f=(0:NFFT-1)*(Fs/NFFT); %Frequenzvektor
w=2*pi*f; %Kreisfrequenz in Hz
k=w./c; %Wellenzahl in 1/m

%% Reflexionsfaktoren
r_WL=(-S)./(S+2.*j.*k.*(d/2)); %Reflektionsfaktor der akustischen
Schallstrahlungsimpedanz
r0=zeros(1,1024); %Anpassung -> nur hinlaufende Welle, keine Reflektion
r1=ones(1,1024); %Schallharter Abschluss
r_l=-ones(1,1024); %Schallweicher Abschluss

%Vektor der Rohrlänge l
l_vek=(l.*linspace(0,1,length(Xl)/2));

%% Wellenleiter im Frequenzbereich
%erste Wert ist Gleichanteil, keine Drehung
X_WL_rWL(1)=Xl(1);
% von 2 bis Hälfte+1 Drehung in die eine Richtung
X_WL_rWL(2:length(Xl)/2+1)=Xl(2:length(Xl)/2+1).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(1:length(Xl)/2))+
Xl(2:length(Xl)/2+1).*r_WL(2:length(Xl)/2+1).*exp(j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(
1:length(Xl)/2));
% von Hälfte+2 bis zum Schluss: vorheriger Vektor gespiegelt von links nach
% rechts und konjugiert
X_WL_rWL(length(Xl)/2+2:length(Xl))=fliplr(conj(Xl(2:length(Xl)/2).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))+ Xl(2:length(Xl)/
2).*r_WL(2:length(Xl)/2).*exp(j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))));

X_WL_r0(1)=Xl(1);
X_WL_r0(2:length(Xl)/2+1)=Xl(2:length(Xl)/2+1).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(1:length(Xl)/2));
X_WL_r0(length(Xl)/2+2:length(Xl))=fliplr(conj(Xl(2:length(Xl)/2).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))));

X_WL_r1(1)=Xl(1);

```

```

X_WL_r1(2:length(Xl)/2+1)=Xl(2:length(Xl)/2+1).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(1:length(Xl)/2))+
Xl(2:length(Xl)/2+1).*r1(2:length(Xl)/2+1).*exp(j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(1:
length(Xl)/2));
X_WL_r1(length(Xl)/2+2:length(Xl))=fliplr(conj(Xl(2:length(Xl)/2).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))+ Xl(2:length(Xl)/
2).*r1(2:length(Xl)/2).*exp(j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))));

X_WL_r_1(1)=Xl(1);
X_WL_r_1(2:length(Xl)/2+1)=Xl(2:length(Xl)/2+1).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(1:length(Xl)/2))+
Xl(2:length(Xl)/2+1).*r_1(2:length(Xl)/2+1).*exp(j.*k(2:length(Xl)/2+1).*l_vek(1
:length(Xl)/2));
X_WL_r_1(length(Xl)/2+2:length(Xl))=fliplr(conj(Xl(2:length(Xl)/2).*exp(-
j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))+ Xl(2:length(Xl)/
2).*r_1(2:length(Xl)/2).*exp(j.*k(2:length(Xl)/2).*l_vek(1:length(Xl)/2-1))));

%% Fourierrücktransformation in den Zeitbereich
x_WL_rWL=ifft(X_WL_rWL.*length(xl), length(Xl));%Wllenleiter für Versuchsstand
x_WL_r0=ifft(X_WL_r0.*length(xl), length(Xl));%Wllenleiter für r=0
x_WL_r1=ifft(X_WL_r1.*length(xl), length(Xl));%Wllenleiter für r=1
x_WL_r_1=ifft(X_WL_r_1.*length(xl), length(Xl));%Wllenleiter für r=-1

%% Plots
%Vergleich der versch. Abschlüsse r
fig=figure(fig+1);
plot
(tl.*c,real(x_WL_rWL),'c',tl.*c,real(x_WL_r0),'b',tl.*c,real(x_WL_r1),'g',tl.*c
,real(x_WL_r_1),'r','LineWidth',1.5);
grid on; title ('\bf Vergleich der Schalldruckverteilung entlang des Rohres mit
versch. Abschlüssen r für f = 812,8 Hz');
ylabel('Schalldruck');xlabel('Stelle l im Rohr in m');
legend('r=-S/(S+2jkR)','r=0','r=1','r=-1','Location',
'SouthOutside','Orientation','Horizontal');
axis([0 2.11 -2 2]);

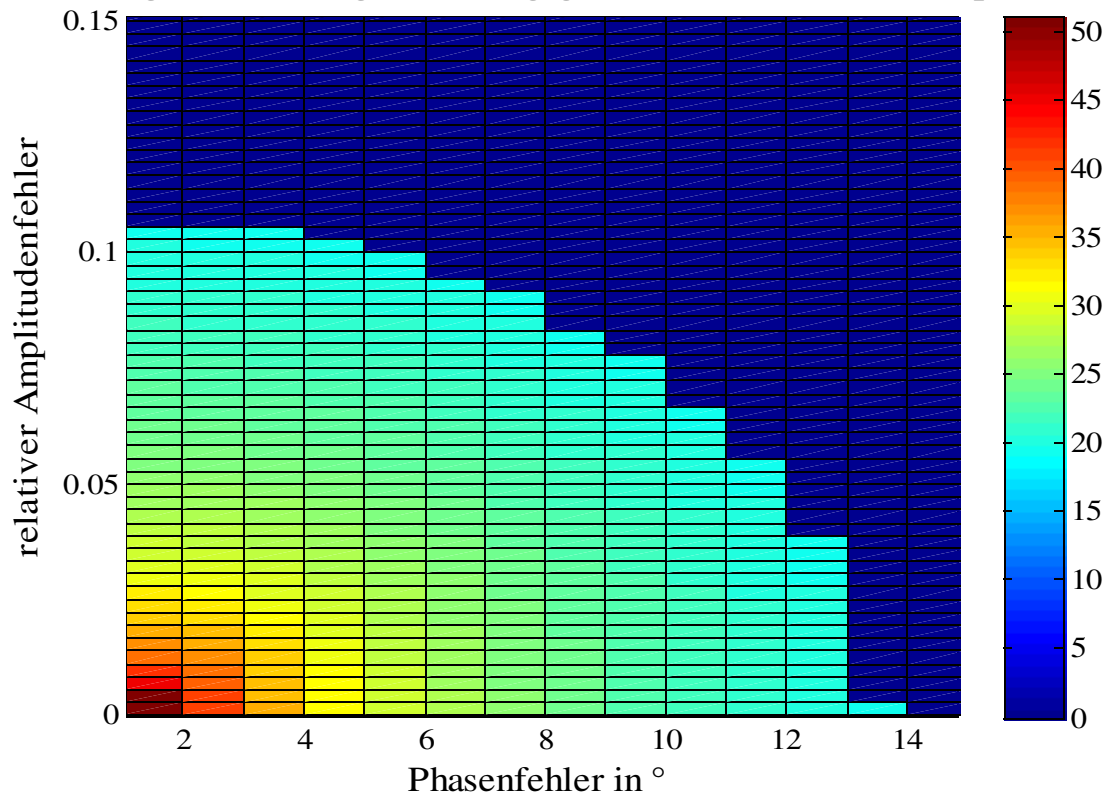
%Plot von r
fig= figure (fig+1);
plot(f,abs(r_WL),'LineWidth',1.5);xlabel('Frequenz in Hz');grid on;
ylabel('|r|');
title ('\bf Reflexionsfaktor des Kanals mit Kugelstrahler 0. Ordnung als
Abschluss');
axis([0 2200 0 0.17]);

```

### **Anlage 3: Darstellung der Pegelminderung größer - 20 dB in Farbe**

Alle Pegelminderungen größer - 20 dB sind farbig dargestellt. Die restlichen Pegelminderungen sind hier im einzelnen nicht nochmal näher dargestellt, sondern sind mit 0 dB angenommen.

#### **20 dB Pegelminderung in Abhängigkeit des Phasen- und Amplitudenfehlers**



Pegelminderung größer 20 dB in Abhängigkeit des Phasen- und relativen Amplitudenfehlers

---

**Anlage 4: Wertetabelle der Schalldruckpegelminderung in Abhängigkeit vom absoluten Phasenfehler**

# 18.06.2009 Scope-Versuch: Minderung in Abhängigkeit vom absoluten Phasenfehler

Messung bei 21,5 °C

200 Hz		418 Hz		1000 Hz		2000 Hz	
absoluter Phasenfehler in °	ΔL in dB	absoluter Phasenfehler in °	ΔL in dB	absoluter Phasenfehler in °	ΔL in dB	absoluter Phasenfehler in °	ΔL in dB
-11	-15,3	178	5,3	-53	-1,3	2	-23,2
-10	-15,7	179	5,3	-52	-1,9	3	-22,7
-9	-16,6	180	5,3	-51	-2	4	-21,9
-8	-17,6	-180	5,3	-50	-2,2	5	-20,9
-7	-18,8	-179	5,3	-49	-2,4	6	-19,9
-6	-20,2	-178	5,3	-48	-2,6	7	-18,9
-5	-21,7	-177	5,3	-47	-2,8	8	-18
-4	-23,6	-176	5,3	-46	-3	9	-17,1
-3	-26	-175	5,3	-45	-3,2	10	-16,2
-2	-29,1	-174	5,3	-44	-3,4	11	-15,4
-1	-31	-173	5,3	-43	-3,6	12	-14,6
0	-32,1	-172	5,3	-42	-3,6	13	-14,1
1	-29,6	-171	5,3	-41	-3,8	14	-13,5
2	-26,7	-170	5,3	-40	-4,2	15	-13
3	-24,2	-169	5,3	-39	-4,5	16	-12,1
4	-22,2	-168	5,3	-38	-4,9	17	-11,7
5	-20,5	-167	5,3	-37	-5,4	18	-11,3
6	-19	-166	5,3	-36	-5,7	19	-10,9
7	-17,8	-165	5,3	-35	-6	20	-10,5
8	-16,7	-164	5,3	-34	-6,1	21	-10,1
9	-15,9	-163	5,1	-33	-6,1	22	-9,2
10		-162		-32		23	
11		-161		-31		24	
12		-160		-30		25	
13		-159		-29		26	
14		-158		-28		27	
15		-157		-27		28	
16		-156		-26		29	
17		-155		-25		30	
18		-154		-24		31	
19	-9,4	-153	5	-23	-9,5	32	-5,9
20		-152		-22		33	
21		-151		-21		34	
22		-150		-20		35	
23		-149		-19		36	
24		-148		-18		37	
25		-147		-17		38	
26		-146		-16		39	
27		-145		-15		40	
28		-144		-14		41	
29	-5,7	-143	4,8	-13	-12,2	42	-3,5
30	-5,4	-142	4,8	-12	-13,2	43	-3,7
31	-5,1	-141	4,8	-11	-13,8	44	-3,4
32	-4,8	-140	4,8	-10	-14,6	45	-3,2
33	-4,5	-139	4,8	-9	-15,5	46	-3,1
34	-4,2	-138	4,8	-8	-16,4	47	-2,9
35	-4	-137	4,8	-7	-17,4	48	-2,7
36	-3,8	-136	4,7	-6	-18,6	49	-2,6
37	-3,5	-135	4,7	-5	-19,7	50	-2,4
38	-3,3	-134	4,7	-4	-21	51	-2,2
39	-3	-133	4,5	-3	-22,5	52	-2,1
40	-2,8	-132	4,5	-2	-23,6	53	-2
41	-2,6	-131	4,5	-1	-24,2	54	-1,9
42	-2,4	-130	4,5	0	-24,2	55	-1,7
43	-2,2	-129	4,5	1	-24	56	-1,5
44	-2	-128	4,5	2	-22,2	57	-1,4
45	-1,8	-127	4,5	3	-20,9	58	-1,2
46	-1,6	-126	4,5	4	-19,3	59	-1,1
47	-1,6	-125	4,4	5	-18,5	60	-1
48	-1,9	-124	4,3	6	-17,3	61	-0,8
49	-1,7	-123	4,1	7	-16,3	62	-0,7
50		-122		8		63	
51		-121		9		64	
52		-120		10		65	
53		-119		11		66	
54		-118		12		67	
55		-117		13		68	
56		-116		14		69	
57		-115		15		70	
58		-114		16		71	
59	-0,2	-113	3,7	17	-11,3	72	1
60		-112		18		73	
61		-111		19		74	



62		-110		20		75	
63		-109		21		76	
64		-108		22		77	
65		-107		23		78	
66		-106		24		79	
67		-105		25		80	
68		-104		26		81	
69	0,9	-103	3,1	27	-7,1	82	1,4
70		-102		28		83	
71		-101		29		84	
72		-100		30		85	
73		-99		31		86	
74		-98		32		87	
75		-97		33		88	
76		-96		34		89	
77		-95		35		90	
78		-94		36		91	
79	1,9	-93	2,5	37	-4,2	92	2,2
80		-92		38		93	
81		-91		39		94	
82		-90		40		95	
83		-89		41		96	
84		-88		42		97	
85		-87		43		98	
86		-86		44		99	
87		-85		45		100	
88		-84		46		101	
89	2	-83	1,6	47	-2,1	102	2,9
90		-82		48		103	
91		-81		49		104	
92		-80		50		105	
93		-79		51		106	
94		-78		52		107	
95		-77		53		108	
96		-76		54		109	
97		-75		55		110	
98		-74		56		111	
99	3,5	-73	0,7	57	-0,4	112	3,4
100		-72		58		113	
101		-71		59		114	
102		-70		60		115	
103		-69		61		116	
104		-68		62		117	
105		-67		63		118	
106		-66		64		119	
107		-65		65		120	
108		-64		66		121	
109	4,1	-63	-0,4	67	0,9	122	3,9
110		-62		68		123	
111		-61		69		124	
112		-60		70		125	
113		-59		71		126	
114		-58		72		127	
115		-57		73		128	
116		-56		74		129	
117		-55		75		130	
118		-54		76		131	
119	4,5	-53	-1,7	77	2	132	4,3
120		-52		78		133	
121		-51		79		134	
122		-50		80		135	
123		-49		81		136	
124		-48		82		137	
125		-47		83		138	
126		-46		84		139	
127		-45		85		140	
128		-44		86		141	
129	4,9	-43	-3,5	87	2,9	142	4,6
130		-42		88		143	
131		-41		89		144	
132		-40		90		145	
133		-39		91		146	
134		-38		92		147	
135		-37		93		148	
136		-36		94		149	
137		-35		95		150	
138		-34		96		151	
139	5,2	-33	-5,6	97	3,6	152	4,8
140		-32		98		153	
141		-31		99		154	

142		-30		100		155	
143		-29		101		156	
144		-28		102		157	
145		-27		103		158	
146		-26		104		159	
147		-25		105		160	
148		-24		106		161	
149	5,5	-23	-8,7	107	4,3	162	5
150		-22		108		163	
151		-21		109		164	
152		-20		110		165	
153		-19		111		166	
154		-18		112		167	
155		-17		113		168	
156		-16		114		169	
157		-15		115		170	
158		-14		116		171	
159	5,7	-13	-13,6	117	4,9	172	5,1
160	5,6	-12	-14,4	118	5,2	173	5,1
161	5,7	-11	-15,1	119	5,2	174	5,1
162	5,7	-10	-15,9	120	5,3	175	5,1
163	5,7	-9	-16,9	121	5,3	176	5,1
164	5,7	-8	-17,9	122	5,3	177	5,1
165	5,7	-7	-19	123	5,4	178	5,1
166	5,7	-6	-20,3	124	5,5	179	5,1
167	5,7	-5	-21,8	125	5,5	180	5,1
168	5,7	-4	-23,6	126	5,5	-180	5,1
169	5,7	-3	-25,9	127	5,6	-179	5,1
170	5,7	-2	-27,6	128	5,7	-178	5,2
171	5,7	-1	-31,2	129	5,7	-177	5,2
172	5,8	0	-34,9	130	5,7	-176	5,2
173	5,8	1	-34	131	5,8	-175	5,2
174	5,7	2	-29,9	132	5,8	-174	5,2
175	5,7	3	-26,7	133	5,8	-173	5,2
176	5,8	4	-24	134	5,8	-172	5,2
177	5,8	5	-22,3	135	5,9	-171	5,2
178	5,8	6	-20,7	136	5,9	-170	5,2
179	5,8	7	-19,7	137	5,9	-169	5,1
180		8		138		-168	
-180		9		139		-167	
-179		10		140		-166	
-178		11		141		-165	
-177		12		142		-164	
-176		13		143		-163	
-175		14		144		-162	
-174		15		145		-161	
-173		16		146		-160	
-172	5,7	17	-11,6	147	6	-159	5
-171		18		148		-158	
-170		19		149		-157	
-169		20		150		-156	
-168		21		151		-155	
-167		22		152		-154	
-166		23		153		-153	
-165		24		154		-152	
-164		25		155		-151	
-163		26		156		-150	
-162	5,6	27	-7,6	157	6,2	-149	4,8
-161		28		158		-148	
-160		29		159		-147	
-159		30		160		-146	
-158		31		161		-145	
-157		32		162		-144	
-156		33		163		-143	
-155		34		164		-142	
-154		35		165		-141	
-153		36		166		-140	
-152	5,4	37	-4,9	167	6,3	-139	4,6
-151		38		168		-138	
-150		39		169		-137	
-149		40		170		-136	
-148		41		171		-135	
-147		42		172		-134	
-146		43		173		-133	
-145		44		174		-132	
-144		45		175		-131	
-143		46		176		-130	
-142	5,1	47	-2,8	177	6,4	-129	4,3
-141		48		178		-128	
-140		49		179		-127	

-139		50		180		-126	
-138		51		-180		-125	
-137		52		-179		-124	
-136		53		-178		-123	
-135		54		-177		-122	
-134		55		-176		-121	
-133		56		-175		-120	
-132	4,7	57	-1,3	-174	6,4	-119	3,9
-131		58		-173		-118	
-130		59		-172		-117	
-129		60		-171		-116	
-128		61		-170		-115	
-127		62		-169		-114	
-126		63		-168		-113	
-125		64		-167		-112	
-124		65		-166		-111	
-123		66		-165		-110	
-122	4,3	67	0	-164	6,3	-109	3,4
-121		68		-163		-108	
-120		69		-162		-107	
-119		70		-161		-106	
-118		71		-160		-105	
-117		72		-159		-104	
-116		73		-158		-103	
-115		74		-157		-102	
-114		75		-156		-101	
-113		76		-155		-100	
-112	3,7	77	1	-154	6,2	-99	2,9
-111		78		-153		-98	
-110		79		-152		-97	
-109		80		-151		-96	
-108		81		-150		-95	
-107		82		-149		-94	
-106		83		-148		-93	
-105		84		-147		-92	
-104		85		-146		-91	
-103		86		-145		-90	
-102	3,1	87	1,9	-144	5,9	-89	2,2
-101		88		-143		-88	
-100		89		-142		-87	
-99		90		-141		-86	
-98		91		-140		-85	
-97		92		-139		-84	
-96		93		-138		-83	
-95		94		-137		-82	
-94		95		-136		-81	
-93		96		-135		-80	
-92	2,3	97	2,7	-134	5,7	-79	1,3
-91		98		-133		-78	
-90		99		-132		-77	
-89		100		-131		-76	
-88		101		-130		-75	
-87		102		-129		-74	
-86		103		-128		-73	
-85		104		-127		-72	
-84		105		-126		-71	
-83		106		-125		-70	
-82	1,5	107	3,2	-124	5,3	-69	0,3
-81		108		-123		-68	
-80		109		-122		-67	
-79		110		-121		-66	
-78		111		-120		-65	
-77		112		-119		-64	
-76		113		-118		-63	
-75		114		-117		-62	
-74		115		-116		-61	
-73		116		-115		-60	
-72	0,5	117	3,9	-114	4,8	-59	-0,8
-71		118		-113		-58	
-70		119		-112		-57	
-69		120		-111		-56	
-68		121		-110		-55	
-67		122		-109		-54	
-66		123		-108		-53	
-65		124		-107		-52	
-64		125		-106		-51	
-63		126		-105		-50	
-62	-0,7	127	4,1	-104	4,2	-49	-2,3
-61		128		-103		-48	
-60		129		-102		-47	

-59		130		-101		-46	
-58		131		-100		-45	
-57		132		-99		-44	
-56		133		-98		-43	
-55		134		-97		-42	
-54		135		-96		-41	
-53		136		-95		-40	
-52	-2,2	137	4,5	-94	3,6	-39	-4,1
-51		138		-93		-38	
-50		139		-92		-37	
-49		140		-91		-36	
-48		141		-90		-35	
-47		142		-89		-34	
-46		143		-88		-33	
-45		144		-87		-32	
-44		145		-86		-31	
-43		146		-85		-30	
-42	-4	147	4,8	-84	2,8	-29	-6,5
-41		148		-83		-28	
-40		149		-82		-27	
-39		150		-81		-26	
-38		151		-80		-25	
-37		152		-79		-24	
-36		153		-78		-23	
-35		154		-77		-22	
-34		155		-76		-21	
-33		156		-75		-20	
-32	-6,3	157	5	-74	1,8	-19	-9,9
-31		158		-73		-18	
-30		159		-72		-17	
-29		160		-71		-16	
-28		161		-70		-15	
-27		162		-69		-14	
-26		163		-68		-13	
-25		164		-67		-12	
-24		165		-66		-11	
-23		166		-65		-10	
-22	-9,6	167	5,1	-64	0,7	-9	-15,3
-21	-10	168	5,1	-63	0	-8	-17,2
-20	-10,5	169	5,1	-62	-0,1	-7	-18,2
-19	-11	170	5,1	-61	-0,2	-6	-19,2
-18	-11,5	171	5,1	-60	-0,4	-5	-20,2
-17	-12	172	5,1	-59	-0,6	-4	-21,2
-16	-12,6	173	5,1	-58	-0,7	-3	-22,1
-15	-13,2	174	5,1	-57	-0,8	-2	-22,9
-14	-13,9	175	5,1	-56	-1,1	-1	-23,6
-13	-14,6	176	5,1	-55	-1,2	0	-23,7
-12	-15,4	177	5,1	-54	-1,3	1	-23,5

---

**Anlage 5: Wertetabelle der Schalldruckpegelminderung in Abhängigkeit vom relativen Amplitudenfehler**

# 23.06.2009 Scope-Versuch: Minderung in Abhängigkeit von der Amplitude

Messung bei 24 °C

Alle Werte in dB

Frequenz	200 Hz							
$\Delta\Phi$ in °	11							
Kanal 2	109,2							
Amplitude 2	288403,15				relativer			
	Kanal 1	Amplitude 1	$\Delta$ zu Kanal 2	$\Delta$ zu Amplitude 2	Amplitudenfehler %	2 Kanäle in dB	Pegeländerung	$\Delta$ zu Minimum
	0	1	-109,2	-288402,15	-100,000	109,9	0,7	32,4
	90,5	33496,54	-18,7	-254906,61	-88,386	109	-0,2	31,5
	96,5	66834,39	-12,7	-221568,76	-76,826	107,9	-1,3	30,4
	99,8	97723,72	-9,4	-190679,43	-66,116	106,6	-2,6	29,1
	102,1	127350,31	-7,1	-161052,84	-55,843	105,1	-4,1	27,6
	103,9	156675,11	-5,3	-131728,04	-45,675	103,3	-5,9	25,8
	105,4	186208,71	-3,8	-102194,44	-35,435	101,2	-8	23,7
	106,7	216271,85	-2,5	-72131,3	-25,011	98,5	-10,7	21
	107,9	248313,31	-1,3	-40089,84	-13,901	94,8	-14,4	17,3
	109	281838,29	-0,2	-6564,86	-2,276	88,6	-20,6	11,1
	109,2	288403,15	0	0	0,000	77,5	-31,7	0
	109,9	312607,94	0,7	24204,79	8,393	78,2	-31	0,7
	110,2	323593,66	1	35190,51	12,202	90,7	-18,5	13,2
	110,9	350751,87	1,7	62348,72	21,619	96,1	-13,1	18,6
	111,7	384591,78	2,5	96188,63	33,352	99,5	-9,7	22
	112,4	416869,38	3,2	128466,23	44,544	102	-7,2	24,5
	113,1	451855,94	3,9	163452,79	56,675	104	-5,2	26,5
	113,7	484172,37	4,5	195769,22	67,880	105,6	-3,6	28,1

Frequenz	1000 Hz							
$\Delta\Phi$ in °	53							
Kanal 2	102,2							
Amplitude 2	128824,96				relativer			
	Kanal 1	Amplitude 1	$\Delta$ zu Kanal 2	$\Delta$ zu Amplitude 2	Amplitudenfehler %	2 Kanäle in dB	Pegeländerung	$\Delta$ zu Minimum
	0	1	-102,2	-128823,96	-99,999	102,4	0,2	23,5
	87,8	24547,09	-14,4	-104277,87	-80,945	100,6	-1,6	21,7
	91,2	36307,81	-11	-92517,15	-71,816	99,5	-2,7	20,6
	93,7	48417,24	-8,5	-80407,72	-62,416	98,4	-3,8	19,5
	95,7	60953,69	-6,5	-67871,27	-52,685	96,9	-5,3	18
	97,3	73282,45	-4,9	-55542,5	-43,115	95,2	-7	16,3
	98,7	86099,38	-3,5	-42725,58	-33,166	93,2	-9	14,3
	99,8	97723,72	-2,4	-31101,23	-24,142	90,5	-11,7	11,6
	100,9	110917,48	-1,3	-17907,47	-13,901	86,4	-15,8	7,5
	101	112201,85	-1,2	-16623,11	-12,904	86,8	-15,4	7,9
	101,8	123026,88	-0,4	-5798,08	-4,501	80,9	-21,3	2
	102	125892,54	-0,2	-2932,41	-2,276	80,7	-21,5	1,8
	102,2	128824,96	0	0	0,000	78,9	-23,3	0
	102,6	134896,29	0,4	6071,33	4,713	79,4	-22,8	0,5
	103,4	147910,84	1,2	19085,88	14,815	85,3	-16,9	6,4
	104,2	162181,01	2	33356,05	25,893	89,8	-12,4	10,9
	104,8	173780,08	2,6	44955,13	34,896	92,5	-9,7	13,6
	105,4	186208,71	3,2	57383,76	44,544	94,7	-7,5	15,8
	106	199526,23	3,8	70701,28	54,882	96,4	-5,8	17,5

Frequenz	418 Hz							
$\Delta\Phi$ in °	183							
Kanal 2	108,5							
Amplitude 2	266072,51				relativer Amplitudenfehler %			
	Kanal 1	Amplitude 1	$\Delta$ zu Kanal 2	$\Delta$ zu Amplitude 2		2 Kanäle in dB	Pegeländerung	$\Delta$ zu Minimum
	0	1	-108,5	-266071,51	-100,000	108,5	0	19,1
	88,1	25409,73	-20,4	-240662,78	-90,450	107,5	-1	18,1
	94,2	51286,14	-14,3	-214786,37	-80,725	106,5	-2	17,1
	97,8	77624,71	-10,7	-188447,79	-70,826	105,3	-3,2	15,9
	100,3	103514,22	-8,2	-162558,29	-61,095	103,9	-4,6	14,5
	103,9	156675,11	-4,6	-109397,4	-41,116	100,4	-8,1	11
	105,2	181970,09	-3,3	-84102,42	-31,609	98,1	-10,4	8,7
	106,5	211348,9	-2	-54723,6	-20,567	95,1	-13,4	5,7
	107,5	237137,37	-1	-28935,14	-10,875	91,6	-16,9	2,2
	108,5	266072,51	0	0	0,000	89,4	-19,1	0
	109,3	291742,7	0,8	25670,2	9,648	91,8	-16,7	2,4
	110	316227,77	1,5	50155,26	18,850	95,3	-13,2	5,9
	110,5	334965,44	2	68892,93	25,893	98,1	-10,4	8,7
	110,7	342767,79	2,2	76695,28	28,825	100,3	-8,2	10,9
	111,1	358921,93	2,6	92849,43	34,896	101,6	-6,9	12,2
	111,6	380189,4	3,1	114116,89	42,889	103,1	-5,4	13,7

Frequenz	2000 Hz							
$\Delta\Phi$ in °	359							
Kanal 2	107,4							
Amplitude 2	234422,88				relativer Amplitudenfehler %			
	Kanal 1	Amplitude 1	$\Delta$ zu Kanal 2	$\Delta$ zu Amplitude 2		2 Kanäle in dB	Pegeländerung	$\Delta$ zu Minimum
	0	1	-107,4	-234421,88	-100,000	107,4	0	35,7
	93	44668,36	-14,4	-189754,52	-80,945	105,4	-2	33,7
	96,6	67608,3	-10,8	-166814,58	-71,160	104,3	-3,1	32,6
	99,2	91201,08	-8,2	-143221,8	-61,095	102,9	-4,5	31,2
	101,3	116144,86	-6,1	-118278,02	-50,455	101,3	-6,1	29,6
	102,8	138038,43	-4,6	-96384,46	-41,116	99,3	-8,1	27,6
	104,2	162181,01	-3,2	-72241,87	-30,817	96,8	-10,6	25,1
	105,5	188364,91	-1,9	-46057,97	-19,647	93,3	-14,1	21,6
	106,5	211348,9	-0,9	-23073,98	-9,843	87,3	-20,1	15,6
	107,2	229086,77	-0,2	-5336,12	-2,276	75,5	-31,9	3,8
	107,3	231739,46	-0,1	-2683,42	-1,145	74,8	-32,6	3,1
	107,4	234422,88	0	0	0,000	71,7	-35,7	0
	108,2	257039,58	0,8	22616,7	9,648	86,3	-21,1	14,6
	109	281838,29	1,6	47415,41	20,226	92,6	-14,8	20,9
	109,7	305492,11	2,3	71069,23	30,317	96,3	-11,1	24,6
	110,5	334965,44	3,1	100542,56	42,889	98,8	-8,6	27,1

## Anlage 6: Programmcode zur Simulation eines LMS Algorithmus

```
%% ----- LMS Algo harmonisch -----
clc;
Fs=32000;           %Abtastfrequenz
n=1024;             %Abtastwerte
fig=0;
f0=500;             %Frequenz des Störsignals
dT=1/Fs;            %Abtastzeit
t = (0:n-1)*dT;     %Zeitvektor
x=0.2*sin(2*pi*f0*t);%Störsignal erzeugen

% Adaptiven Filter generieren
L=32;
mu=0.8;
ha=adaptfilt.lms(L,mu);%Adaptivfilter mit LMS-Algo: L. Ordnung, Schrittweite 0.8
und w0=0
[y_ha,e_ha]=filter(ha,0.1*x,-x);%filtern des gewünschten Signals d=0.1*x mit dem
LMS-Algo und anpassen an -x

%% Plots
fig=figure(fig+1);
plot(t*1000,x,'k',t*1000,y_ha,'b', t*1000,e_ha,'r','LineWidth',1.5);
xlabel('Zeit in ms');grid on;
ylabel('Amplitude');
title(['\bf Adaptiver LMS Algorithmus mit my = ', num2str(mu),'\bf bei f = 500
Hz']));
legend('Störsignal x','Antischallsignal y','Fehlersignal
e','Location','SouthOutside','Orientation','Horizontal');

% % ----- LMSAlgo -----
clear all;
clc;
Fs=32000;           %Abtastfrequenz
n=1024;             %Abtastwerte
fig=0;
dT=1/Fs;            %Abtastzeit
t = (0:n-1)*dT;     %Zeitvektor
x2=randn(1,n);%Verrauschtes Störsignal

% Adaptiven Filter generieren
%verraushtes Signal
L=32;
mu2=0.008;%Schrittweite mü des LMS-Algos
ha2=adaptfilt.lms(L,mu2);%Adaptivfilter mit LMS-Algo: 32. Ordnung, Schrittweite
0.8 und w0=0
[y_ha2,e_ha2]=filter(ha2,0.8*x2+0.2,-x2);%filtern des gewünschten Signals d mit
dem LMS-Algo und anpassen an x

%% Plots
%verraushtes Signal
fig=figure(fig+1);
plot(t*1000,x2,'k',t*1000,y_ha2,'b', t*1000,e_ha2,'r');
xlabel('Zeit in ms');grid on;
ylabel('Amplitude');
title(['\bf Adaptiver LMS Algorithmus mit my = ',num2str(mu2),'\bf eines
verrauschten Signals']));
legend('Störsignal x','Antischallsignal y','Fehlersignal e',
'Location','SouthOutside','Orientation','Horizontal');
```



## Anlage 7: Programmcode: 'Algoeueberblick.m'

```

%% -----Algorithmen im Überblick-----
clear all;
clc;
a=0.2; %Amplitude des Eingangssignals
c=340; %Schallgeschwindigkeit
n=512; %Abtastwerte
Fs=32000;%Abtastfrequenz
t=(0:n-1)*1/Fs; %Zeitvektor
x=a*sin(2*pi*500*t);%Eingangssignal erzeugen
fig=0;

%% Wellenleiter
%FFT des Eingangssignals
NFFT = pow2(nextpow2(length(x)));% Next power of 2 from length of x
X = fft(x, NFFT)/(length(x));%FFT von x normiert auf die Länge des Zeitsignals
f=(0:NFFT-1)*(Fs/NFFT);%Frequenzvektor
%Delay des Eingangssignals
X_WL(1)=X(1);
X_WL(2:length(X)/2+1)=X(2:length(X)/2+1).*exp(-
j.*2.*pi.*f(2:length(X)/2+1)./c.*1.29);%1.29=Rohrende-Einkopplg. LS
X_WL(length(X)/2+2:length(X))=fliplr(conj(X(2:length(X)/2).*exp(-
j.*2.*pi.*f(2:length(X)/2)./c.*1.29)));%1.29=Rohrende-Einkopplg. LS

% Delay des Eingangssignals plus Phasenverschiebung pi
X_WL_pi=X_WL.*exp(j.*pi);
%IFFT der verschobenen Signale = x' und y
x_WL=ifft(X_WL.*length(x), length(X)); %x'
x_WL_pi=ifft(X_WL_pi.*length(x), length(X));%y
Start=0.01;

%% Algorithmen
for m=1:9
mu(m)=Start*m;
f(m)=(1+Start)-mu(m);

%LMS Algorithmus
alg(m)=lms(mu(m));%LMS-Algorithmus mit mu
eqlms(m)=lineareq(10,alg(m));
x_WL_angep_lms(m,:)=equalize(eqlms(m),x,-x_WL);

% Normierter LMS Alg.
algnormlms(m)=normlms(mu(m),0.01);mit mu(m) und bias=0.01
eqnormlms(m)=lineareq(10,algnormlms(m));
x_WL_angep_normlms(m,:)=equalize(eqnormlms(m),x,-x_WL);

%Signed-Error LMS Alg.
alsignlms(m)=signlms(mu(m));
eqsignlms(m)=lineareq(10,alsignlms(m));
x_WL_angep_signlms(m,:)=equalize(eqsignlms(m),x,-x_WL);
%Signed-Data LMS Alg.
alsignrlms(m)=signlms(mu(m),'Signed Regressor LMS');
eqsignrlms(m)=lineareq(10,alsignrlms(m));
x_WL_angep_signrlms(m,:)=equalize(eqsignrlms(m),x,-x_WL);
%Sign-Sign LMS Alg.
alsignslms(m)=signlms(mu(m),'Sign Sign LMS');
eqsignslms(m)=lineareq(10,alsignslms(m));
x_WL_angep_signslms(m,:)=equalize(eqsignslms(m),x,-x_WL);

```

```

%RLS Alg.
algrls(m)=rls(f(m));%RLS-Algorithmus mit forgettingfaktor f
eqrls(m)=lineareq(10,algrls(m));
x_WL_angep_rls(m,:)=equalize(eqrls(m),x,-x_WL);

%Zusammenführung der Signale
e_lms(m,:)=x_WL-x_WL_angep_lms(m,:);

e_normlms(m,:)=x_WL-x_WL_angep_normlms(m,:);

e_signlms(m,:)=x_WL-x_WL_angep_signlms(m,:);
e_signrlms(m,:)=x_WL-x_WL_angep_signrlms(m,:);
e_signslms(m,:)=x_WL-x_WL_angep_signslms(m,:);

e_rls(m,:)=x_WL-x_WL_angep_rls(m,:);

%% Plots
%LMS-Algorithmus
fig=figure(fig+1);
subplot(211);plot(t*1000,x,'k','LineWidth',1.5);
xlabel('Zeit in ms');ylabel('Amplitude');
title('{\bf Störsignal}');grid on;
subplot(2,1,m);
plot(t*1000,x_WL,'b',t*1000,x_WL_angep_lms(m,:), 'g',t*1000,e_lms(m,:), ':r','Line
Width',1.5);
xlabel('Zeit in ms');ylabel('Amplitude'); grid on;
% title('{\bf Resultate der Verschiebung und der Addition}');
title(['{\bf LMS-Algorithmus mit  $\mu =$  },num2str(mu(m))]);
legend('x','d','diff','Location','SouthOutside','Orientation','horizontal');

%Vergleich der Algorithmen
fig=figure(fig+1);
plot(t*1000,e_lms(m,:), 'k',t*1000,e_signrlms(m,:), 'b',t*1000,e_normlms(m,:), 'g',
t*1000,e_rls(m,:), 'r','LineWidth',1.5);
xlabel('Zeit in ms');ylabel('Amplitude');
title(['{\bf Vergleich des Fehlers für die verschiedenen LMS-Algorithmen bei  $\mu$ 
= },num2str(mu(m))','{\bf und für den RLS-Algorithmus bei  $f$ 
= },num2str(f(m))]);
legend('LMS','signed-data LMS','Norm
LMS','RLS','Location','SouthOutside','Orientation','horizontal');grid on;

%Vergleich der Sign Algorithmen
fig=figure(fig+1);
plot(t*1000,e_signslms(m,:), 'm',t*1000,e_signlms(m,:), 'b',t*1000,e_signrlms(m,:),
'c',t*1000,e_lms(m,:), 'k','LineWidth',1.5);
xlabel('Zeit in ms');ylabel('Amplitude');
title(['{\bf Vergleich des Fehlers für die verschiedenen Sign LMS-Algorithmen
bei  $\mu =$  },num2str(mu(m))]);
legend('Sign-Sign LMS','Signed-Error LMS','Signed-Data
LMS','LMS','Location','SouthOutside','Orientation','horizontal');grid on;
end;

%Vergleich der Fehlersignale für verschiedene Konvergenzparameter beim LMS
%Algorithmus
fig=figure(fig+1);
plot(t*1000,e_lms(1,:), 'k',t*1000,e_lms(3,:), 'b',t*1000,e_lms(5,:), 'g',t*1000,e_
lms(7,:), 'r',t*1000,e_lms(9,:), 'c','LineWidth',1.5); xlabel('Zeit in ms');
ylabel('Amplitude'); title('{\bf Vergleich der Fehlersignale für die
verschiedene Konvergenzparameter beim LMS-Alg.}');
legend([num2str(mu(1))],[num2str(mu(3))],[num2str(mu(5))],[num2str(mu(7))],
[num2str(mu(9))]);grid on;

```

## **Literaturverzeichnis**

### **Bücher:**

[Bank-00]

Bank, Matthias: Basiswissen Umwelttechnik.- 4. komplett neue, bearb. Aufl.- Würzburg: Vogel, 2000

[Benker-00]

Benker, Hans: Mathematik mit MATLAB, Eine Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler.- 1. Aufl.- Berlin: Springer, 2000

[Boeker-97]

Boeker, Egbert: van Grondelle, Rienk: Physik und Umwelt.- 1. Aufl.- Braunschweig: Vieweg Verlag, 1997

[Bohny-86]

Bohny, Hans-Michael: Borgmann, Rüdiger: Kellner, Karl-Heinz ...: Lärmschutz in der Praxis.- 1. Aufl.-München: Oldenbourg, 1986

[Borucki-89]

Borucki, Hans: Einführung in die Akustik.- 3. erw. Aufl.- Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag, 1989

[Boye-89]

Boye, Günther: Herrmann, Urbi F.: Handbuch der Elektroakustik, Technik und praktische Anwendungen.- 3. überarb. u. erw. Aufl.- Heidelberg: Hüthig Buch Verlag, 1989

[Buna-88]

Buna, Béla: Verminderung des Verkehrslärms.- 1. Aufl.- Berlin: Springer, 1988

[Cremer-90]

Cremer, Lothar: Hubert, Matthias: Vorlesungen über technische Akustik.-4. Aufl.- Berlin: Springer, 1990

[Dickreiter-95]

Dickreiter, Michael: Mikrofon-Aufnahmetechnik Aufnahmraum, Schallquellen, Mikrofone, räumliches Hören, Mikrofon-Aufnahme.- 2. Aufl.- Stuttgart: Hirzel, 1995

[ElAli-08]

ElAli, Taan S.: Karim, Mohammad A.: Continuous Signals and Systems with MATLAB.- 2. Aufl.- Boca Raton: CRC Press Taylor & Francis Group, 2008

[Elliott-01]

Elliott, Stephen: Signal Processing for Active Control.- 1. Aufl.- San Diego: Academic Press, 2001

[Fahy-07]

Fahy, Frank: Gardonio, Paolo: Sound and structural vibration, Radiation, Transmission and Response.- 2. Aufl.- Amsterdam: Academic Press – Elsevier, 2007

[Fasold-84]

Fasold, W.: Kraak, W: Schrimmer, W.: Taschenbuch Akustik, Teil 1.- Band 3.- 1. Aufl.-Berlin: VEB Verlag, 1984

[Fischer-59]

Fischer, F. A.: Grundzüge der Elektroakustik.- 2. erw. und verbesserte. Aufl.- Berlin: Fachverlag Schiele & Schön, 1959

[Franz-90]

Franz, Dieter: Elektroakustik, Grundlagen der Schallverarbeitung praxisnah dargestellt.- 1. Aufl.- München: Franzis-Verlag, 1990

[Hansen-01]

Hansen, Colin H.: Understanding Active Noise Cancellation.- 1. Aufl.- New York: Spon Press, 2001

[Hansen/Snyder-97]

Hansen, Colin H.: Snyder, Scott D.: Active control of noise and vibration. - 1. Aufl.- London: Spon, 1997

[Heckl-94]

Heckl, Manfred: Müller, Helmut A.: Taschenbuch der Technischen Akustik. - 2. Aufl.- Berlin: Springer, 1994

[Henn-08]

Henn, Hermann: Sinambari, Gh. Reza: Fallen, Manfred: Ingenieurakustik, Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele.- 4. Aufl.- Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2008

[Hoffmann/Quint-07]

Hoffmann, Josef: Quint, Franz: Signalverarbeitung mit MATLAB® und Simulink®, Anwendungsorientierte Simulationen. - 1. Aufl.- München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2007

[Hoffmann-05]

Hoffmann, Rüdiger: Grundlagen der Frequenzanalyse, Eine Einführung für Ingenieure und Informatiker.- 2. durchgesehene Aufl.- Renningen: expert verlag, 2005

[Kammeyer-98]

Kammeyer, Karl-Dirk: Kroschel, Kristian: Digitale Signalverarbeitung, Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen.- 4. vollst. Überarb. Und erw. Aufl.-Stuttgart: Teubner Verlag, 1998

[Krause-95]

Krause, Werner (Hrsg.): Lärminderung in der Feinwerktechnik.- 1. Aufl.-Düsseldorf: VDI-Verlag, 1995

[Künzel/Schulz-06]

Künzel, K.: Schulz, D.: Vorländer, M: ...: DEGA-Empfehlung 101, Akustische Wellen und Felder.- 1.Aufl.-Berlin: Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V., 2006

[Kuo/Morgan-96]

Kuo, Sen M.:Morgan, Dennis R.: Active Noise Control Systems, Algorithms and DSP Implementations.- 1. Aufl. - New York: John Wiley & Sons, 1996

[Kuttruff-04]

Kuttruff, Heinrich: Akustik, Eine Einführung.-1. Aufl.- Stuttgart: S. Hirzel Verlag, 2004

[Lips-01]

Lips, Walter: Strömungsakustik in Theorie und Praxis, Anleitung zur lärmarmen Projektierung von Maschinen und Anlagen.- 3. aktualisierte Aufl.-Renningen: expert Verlag, 2001

[Moschytz/Hofbauer-00]

Moschytz,G.: Hofbauer,M.: Adaptive Filter, eine Einführung in die Theorie mit Aufgaben und MATLAB-Simulationen auf CD-Rom.- 1.Aufl.- Berlin:Springer, 2000

[Möser-88]

Möser, Michael: Analyse und Synthese akustischer Spektren.- 1. Aufl.- Berlin: Springer, 1988

[Müller/Möser-04]

Müller, Gerhard: Möser, Michael: Taschenbuch der Technischen Akustik.- 3. erw. und überarb. Auflage.- Berlin: Springer, 2004

[Nelson-92]

Nelson, P.A.:Elliott, S.J.: Active Control of Sound.- 1. Aufl.- London: Academic Press, 1992

[Nitsche-06]

Nitsche, Wolfgang: Brunn, André: Strömungsmesstechnik.- 2. aktualisierte und bearbeitete Aufl.- Berlin: Springer, 2006

[Norton-89]

Norton, M.P.: Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers.- 1. Aufl.- Cambridge: Cambridge University Press, 1989

[Ohm-02]

Ohm, Jens-Rainer: Lüke, Hans Dieter: Signalübertragung, Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme. - 8. neu überarbeitete Aufl.-Berlin: Springer, 2002

[Oppenheim-99]

Oppenheim, A.V.: Schafer, R.W.: Zeitdiskrete Signalverarbeitung.-3. durchgesehene Aufl.- München: R. Oldenbourg Verlag, 1999

[RME-09]

Bedienungsanleitung RME Fireface 800

[Rosenhouse-01]

Rosenhouse, G.: Active Noise Control, Fundamentals for Acoustic Design.- 1. Aufl.- Southampton: WIT Press, 2001

[Rossing-04]

Rossing, Thomas D.: Fletcher, Neville H.: Principles of Vibration and Sound.- 2.Aufl.- New York: Springer Science + Business Media, 2004

[Rossing-07]

Rossing, Thomas D.: Springer Handbook of Acoustics.- 1. Aufl.- Berlin: Springer, 2007

[Scheithauer-98]

Scheithauer, Rainer: Signale und Systeme.- 1. Aufl.- Stuttgart: Teubner Verlag, 1998

[Schirmer-06]

Schirmer, Werner: Technischer Lärmschutz, Grundlagen und praktische Maßnahmen zum Schutz vor Lärm und Schwingungen von Maschinen.- 2. bearbeitete und erw. Aufl.- Berlin: Springer, 2006

[Schmidt-96]

Schmidt-Helmut: Schalltechnisches Taschenbuch, Schwingungskompandium.- 5. grundlegend neu bearb. Und erw. Aufl.- Düsseldorf: VDI-Verlag, 1996

[Schüßler-90]

Schüßler, Hans Wilhelm: Netzwerke, Signale und Systeme 2, Theorie kontinuierlicher und diskreter Signale und Systeme.- 2. Aufl.- Berlin: Springer, 1990

[Snyder-00]

Snyder, Scott D.: Active Noise Control Primer.- 1. Aufl.- New York: Springer, 2000

[Stearns-91]

Stearns, S. D.: Digitale Verarbeitung analoger Signale.- 5. verbesserte Aufl. - München: Oldenbourg Verlag GmbH, 1991

[Tokhi-02]

Tokhi, Osman; Veres, Sandor: Active Sound and Vibration Control, theory and applications, 1. Aufl.- London: The Institution of Electrical Engineers, 2002

[von Grünigen-93]

von Grünigen, Daniel Ch.:Digitale Signalverarbeitung, Grundlagen und Anwendungen Beispiele und Übungen mit MATLAB.-1. Aufl.-Berlin: vde-Verlag; Aarau/Schweiz; AT-Verlag, 1993

[von Grünigen-08]

von Grünigen, Daniel Ch.:Digitale Signalverarbeitung, mit einer Einführung in die kontinuierlichen Signale und Systeme. - 4. Aufl.- Leipzig: Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2008

[Veit-96]

Veit, Ivar: Technische Akustik, Grundlagen der physikalischen, physiologischen und Elektroakustik.- 5. durchgesehene Aufl.- Würzburg: Vogel (Kamprath-Reihe), 1996

[Wanka-06]

Wanka, Rolf: Approximationsalgorithmen, Eine Einführung. - 1. Aufl.- Wiesbaden: B. G. Teubner Verlag, 2006

[Weinzierl-08]

Weinzierl, Stefan (Hrsg.): Handbuch der Audiotechnik.- 1. Aufl.- Berlin: Springer, 2008

[Weißing-92]

Weißing, Heinz: Fachwörterbuch Akustik: Englisch-Deutsch.- 1. Aufl.- Berlin: Hatier, 1992

[Werner-08]

Werner, Martin: Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB-Praktikum, Zustandsraumdarstellung, Lattice-Strukturen, Prädiktion und adaptive Filter.- 1. Aufl.- Wiesbaden: Vieweg, 2008

[Werner-09]

Werner, Martin: Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB, Grundkurs mit 16 ausführlichen Versuchen.- 4. durchgesehene und ergänzte Auflage.- Wiesbaden: Vieweg, 2009

[Werner/SuS-08]

Werner, Martin: Signale und Systeme, Lehr- und Arbeitsbuch.- 3. vollst. Überarbeitete und erweiterte Aufl.- Wiesbaden: Vieweg, 2008

[Zollner-93]

Zollner, Manfred; Zwicker, Eberhard: Elektroakustik.- 3. verbesserte und erweiterte Aufl.- Berlin: Springer Verlag, 1993

[Zölzer-05]

Zölzer, Udo: Digitale Audiosignalverarbeitung.- 3. Aufl.- Wiesbaden: B. G. Teubner Verlag, 2005

### **Hochschulschriften:**

[Deuter-88]

Deuter, Klaus: Optimierung von Musik- und Sprachübertragung bei zeitlich veränderlichem Störschall am Beispiel des Kraftfahrzeugs.- 1988.- München, Technische Universität München, Lehrstuhl für Elektroakustik, Dissertation, 1988

[Fasbender-84]

Fasbender, Joachim: Zur Kontrolle der akustischen Rückkopplung in Beschallungsanlagen.- 1983.- Aachen, Rheinisch-Westfälisch Technische Hochschule Aachen, Fakultät für Elektroakustik, Dissertation, 1984

### **Zeitschriftenartikel:**

[Deus-98]

Deus, Steffen: Antischallsysteme im Schallschutz. In: Scientific Reports, IWKM '98.- Mittweida: Copy Land Mittweida.- 1998.- Band K, Physikalische und chemische Noxen in der Umwelt, S. 77-84

[Kletschkowski-06]

Kletschkowski, T.; Sachau D.: Aktive Schallreduktion mit elektrostatischen Flachlautsprechern. In: Technische Mechanik.-Magdeburg.- 2006.- Band 26, Heft 1 (2006), S. 20-32, [http://www.uni-magdeburg.de/ifme/zeitschrift\\_tm/2006\\_Heft1/Kletschkowski.pdf](http://www.uni-magdeburg.de/ifme/zeitschrift_tm/2006_Heft1/Kletschkowski.pdf)

[Kletschkowski/Sachau-07]

Kletschkowski, T.; Sachau, D.: Lokale aktive Lärminderung in Schlafräumen. In: Lärmbekämpfung.- Hamburg.- 2007.- Band. 2 (2007), Heft 5, S. 174-177

[Jacob-05]

Jacob, Ulf: Praxisreife Aktiv-Schalldämpfer.- DBU Broschüre.-Ausgabe: 21704-33/05.-Osnabrück: Steinbacher Druck GmbH, 2005, <http://www.dbu.de/phpTemplates/publikationen/pdf/101106090257272.pdf>, verfügbar am 07.10.09

**Vorlesungsmaterialien:**

[Hänsler/Schmidt-06]

Hänsler, E.: Schmidt, G.: Signaltheorie, Adaptive Filter - Adaptionungsverfahren.- Technische Universität Darmstadt.-2006,[http://www.nt.tu-darmstadt.de/nt/fileadmin/spg/lectures/af/vorlesung\\_ss\\_08\\_af\\_05\\_adaptionsverfahren\\_rls.pdf](http://www.nt.tu-darmstadt.de/nt/fileadmin/spg/lectures/af/vorlesung_ss_08_af_05_adaptionsverfahren_rls.pdf), verfügbar am 23.08.09

[Thomanek/adu-09]

Thomanek, H.-J.: Digitale Signalverarbeitung, Analog-Digital-Umsetzung.- Hochschule Mittweida, 2009

[Thomanek/adf-09]

Thomanek, H.-J.:Digitale Signalverarbeitung II, Adaptive digitale Filter.-Hochschule Mittweida, 2009

**Internet:**

[Isermann-07]

Isermann, Ulrich: Maßnahmen und techn. Potenziale zur Minderung von Fluglärm.- DLR Göttingen.- Darmstädter Dialog, 2007, [http://www.ziv.de/veranstaltungen/symposien/9/13/downloads/Isermann\\_Fiv\\_2007.pdf](http://www.ziv.de/veranstaltungen/symposien/9/13/downloads/Isermann_Fiv_2007.pdf), verfügbar am 07.04.09

[Jakob-05]

Jakob, André: Antischall-Fenster in Theorie und (Labor)-Praxis.- DAGA '05, 2005  
[http://www.advacoustics.de/jakob\\_daga2005\\_1.pdf](http://www.advacoustics.de/jakob_daga2005_1.pdf), verfügbar am 10.09.09

[Ohly-03]

Ohly,C.: Jakob, A.: Möser, M.: Aktive Lärminderung am Spalt eines gekippten Fensters.- DAGA '03,2003, [http://www2.tu-berlin.de/fb6/ita/veroeffentlichungen/DAGA03\\_paper\\_ohly.pdf](http://www2.tu-berlin.de/fb6/ita/veroeffentlichungen/DAGA03_paper_ohly.pdf), verfügbar am 07.10.09

[Völz-04]

Völz,H.: Endlich ist es mucksmäuschenstill, 2004, <http://aes.cs.tu-berlin.de/voelz/PDF/antischall.pdf>, verfügbar am 07.10.09



---

## **Erklärung zur selbstständigen Anfertigung der Arbeit**

### Erklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Mittweida, 30.10.2009

Bearbeitungsort, Datum

\_\_\_\_\_  
Unterschrift